Fontos információk:

Eötvös-verseny: október 18-án (péntek) $15^{00} - 20^{00}$, ELTE TTK Északi Tömb, Konferenciaterem

Magyar Fizika Diákolimpiai Szakkörök honlapja: `http://ipho.elte.hu`

Jelentkezés és bekapcsolódás a KöMaL fizika elméleti és mérési versenyébe: `http://komal.hu`

„Az atomoktól a csillagokig" fizika előadássorozat `http://atomcsill.elte.hu`

Válogatás a 44. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia feladataiból

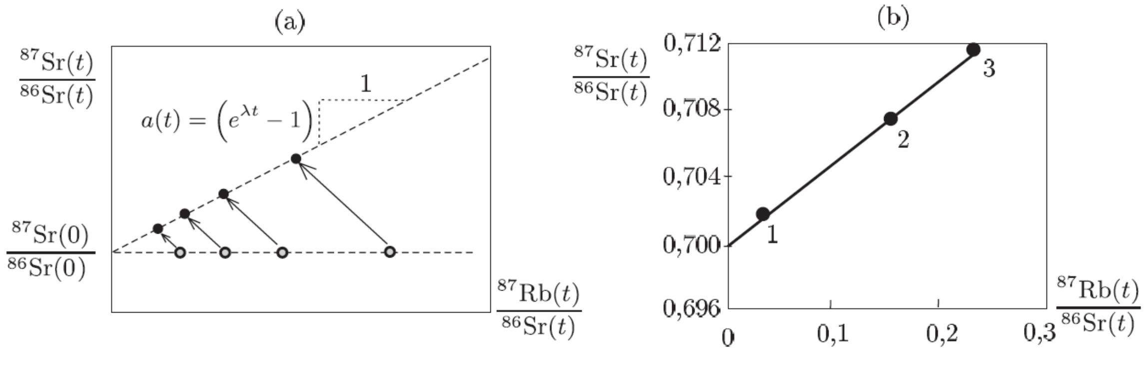
1. feladat. Maribo-meteorit.

2009 január 17-én este fényes tűzcsóva világította be a Balti-tenger egét. A később a dél-dániai Maribo városának közelében megtalált, 0,025 kg tömegű meteoritot alapos tudományos vizsgálatnak vetették alá, amelyben kiderült, hogy röviddel a Naprendszer keletkezése után született és valószínűleg az Encke-üstökösből kiszakadt darabról van szó.

1.a. Az Encke-üstökös Naptól mért legnagyobb és legkisebb távolsága: $a_{\min} = 4{,}95 \cdot 10^{10}$ m, $a_{\max} = 6{,}16 \cdot 10^{11}$ m. Számítsd ki az Encke-üstökös t_{Encke} keringési idejét!

A radioaktív izotópok kémiai tulajdonságai különbözhetnek, és így egy adott meteroitban az ásványok kristályosodása során egyes kristályszemcsékben bizonyos radioaktív izotópok koncentrációja magasabb, másokban alacsonyabb. Ez a különbség lehetővé teszi a meteorit korának meghatározását a radioaktív ásványtartalmának elemzésével.

Konkrét példaként vizsgáljuk a ^{87}Rb izotóp bomlását, amelynek felezési ideje $T_{1/2} = 4{,}9 \cdot 10^{10}$ év, és végterméke a ^{87}Sr stabil izotóp. Ennek mennyiségét viszonyítjuk a meglévő, ugyancsak stabil ^{86}Sr izotópéhoz. Az ásványok kristályosodásakor a ^{87}Sr/^{86}Sr arány minden ásványszemcsében azonos volt, míg a ^{87}Rb/^{86}Sr arány különbözött. Az idő múlásával azonban a ^{87}Rb izotóp mennyisége csökkent, és ennek következtében a ^{87}Sr izotóp mennyisége nőtt. Így az ásványszemcsékben mostanra a ^{87}Sr/^{86}Sr arány különbözővé vált. Az *1. ábra* vízszintes tengelyein a kristályosodás időpontjában fennállt ^{87}Rb/^{86}Sr arány van feltüntetve.



1. ábra. (a) A különböző ásványszemcsékben fennálló ^{87}Sr/^{86}Sr arány a kristályosodás $t = 0$ időpontjában (üres körök), illetve jelenleg (tele körök). (b) A meteorit három ásványszemcséjében mért, a jelenlegi adatokra illeszkedő egyidejűségi vonal

1.b. Mutasd meg, hogy ugyanabból a meteoritból, de különböző ásványi szemcsékből származó minták esetén egyenest kapunk, ha a jelenlegi ^{87}Sr/^{86}Sr arányt a jelenlegi ^{87}Rb/^{86}Sr arány függvényében ábrázoljuk! Ezt az egyenest egyidejűségi vonalnak nevezzük. Mutasd meg továbbá, hogy az egyidejűségi vonal meredeksége $a(t) = (e^{\lambda t} - 1)$, ahol t a kristályosodás óta eltelt idő, λ pedig a bomlási állandó, amely fordítottan arányos a $T_{1/2}$ felezési idővel!

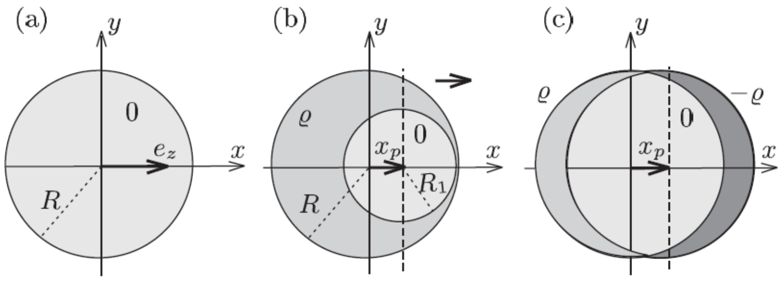
1.c. Határozd meg a meteorit τ_M életkorát az *1(b). ábrán* látható egyidejűségi vonal alapján!

A Maribo-meteorit lehetséges maximális becsapódási sebességének meghatározásához tekintsünk egy olyan égitestet, amely gravitációsan kötött a Naprendszerhez, és v_{becs} sebességgel becsapódik a Föld felszínére! Tekintsünk el a légköri súrlódástól, a többi égitest hatásától és a Föld forgásától!

1.d. Határozd meg a v_{becs} becsapódási sebesség legnagyobb lehetséges $v_{\mathrm{becs}}^{\mathrm{max}}$ értékét!

2. feladat. Plazmonos gőzfejlesztő készülék[1]

Tekintsünk egy $R = 10$ nm sugarú, gömb alakú ezüst nanogolyócskát, melynek középpontja a koordináta-rendszerünk origójában van rögzítve, ahogy az a *2(a). ábrán* látható. Minden bekövetkező mozgás, erőhatás és erőtér párhuzamos a vízszintes x tengellyel (amely az $\mathbf{e}_x$ irányvektorral adható meg). A nanogolyócska vezetési elektronjai a golyócska teljes térfogatában szabadon mozoghatnak anélkül, hogy bármelyik ezüstatomhoz kötődnének. Az ezüstatomok pozitív ionokként vannak jelen a golyócskában, mindegyik egy-egy elektronnal járul hozzá a szabad töltéshordozókhoz.



2. ábra.

Ebben a részben tegyük fel, hogy minden anyag relatív permittivitása $\varepsilon = 1$. Homogén ϱ töltéssűrűségű, R sugarú gömb belsejében $-\varrho$ töltéssűrűség hozzáadásával egy kisebb, R_1 sugarú, töltéssemleges tartományt hozunk létre, melynek középpontja az R sugarú gömb középpontjához képest $\mathbf{x}_d = x_d\mathbf{e}_x$ vektorral el van tolva (lásd a *2(b). ábrát*).

2.a. Mutasd meg, hogy a töltéssemleges tartományban az elektromos tér homogén és $\mathbf{E} = A(\varrho/\varepsilon_0)\mathbf{x}_d$ alakú! Határozd meg az A szorzótényező értékét!

A következőkben a szabad elektronok együttes mozgását vizsgáljuk. Ennek érdekében modellezzük a szabad elektronok összességét egyetlen, negatívan töltött, homogén $-\varrho$ töltéssűrűségű, $\mathbf{x}_p$ középpontú gömbbel, amely az x tengely mentén mozoghat az origóhoz rögzített középpontú, pozitív töltésű gömbhöz (ezüstionok) képest (lásd a *2(c). ábrát*!). Tegyük fel, hogy egy külső $\mathbf{F}_{\text{külső}}$ erő hatására az elektronfelhő $\mathbf{x}_p = x_p\mathbf{e}_x$ vektorral elmozdul eredeti helyzetéből, ahol $x_p \ll R$. A nanogolyócska – a két szélén megjelenő kicsiny töltéstől eltekintve – a belsejében töltéssemleges marad.

[1]Ez a példa egy meglehetősen hosszú, sok részkérdésből álló feladat volt, így itt csak az első néhány alkérdést tárgyaljuk meg.

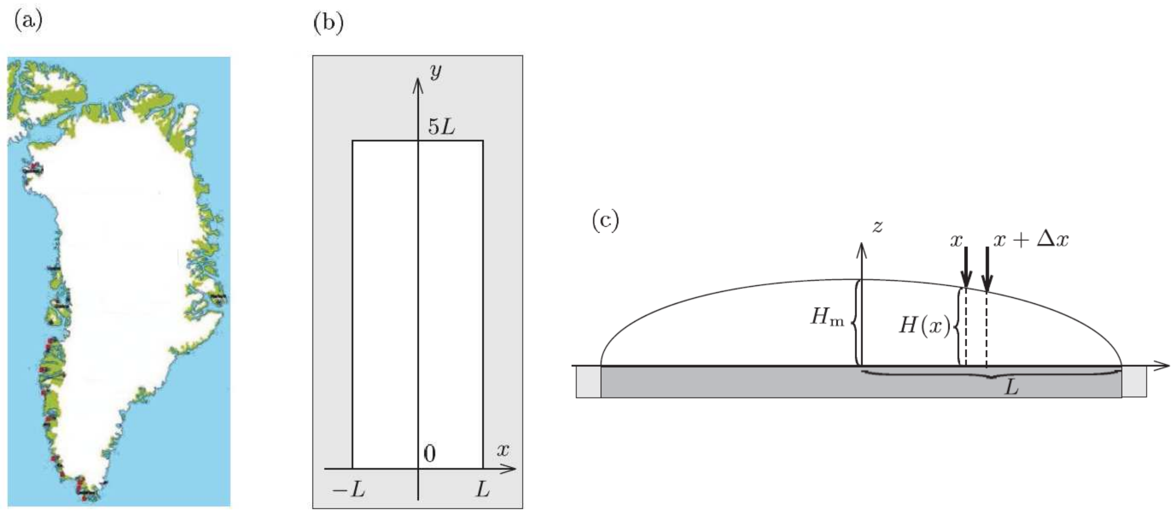
2.b. x_p és n felhasználásával fejezd ki a következő két mennyiséget: az elektronfelhőre ható $\mathbf{F}$ visszatérítő erőt, valamint az elektronfelhő elmozdítása során végzett W_{el} munkát.

Egy nanogolyócskát vákuumban $\mathbf{E}_0 = -E_0\mathbf{e}_x$ homogén elektromos térbe helyezünk, melynek hatására az elektronfelhő $\mathbf{F}_{\text{külső}}$ erőhatást érezve kicsiny x_p távolsággal elmozdul, ahol $|x_p| \ll R$.

2.c. Határozd meg az elektronfelhő x_p elmozdulását E_0 és n felhasználásával! Határozd meg az elmozdulás közben a nanogolyócska közepén átmenő (y, z) síkon keresztülhaladó $-\Delta Q$ töltést R, n és x_p függvényében!

3. feladat. A grönlandi jégsapka

Ez a feladat a grönlandi jégsapkáról, a világ második legnagyobb összefüggő jégtakarójáról szól, ami a *3(a). ábrán* látható. Egyszerűsített modellünkben Grönlandot egy $2L$ szélességű és $5L$ hosszúságú téglalapnak tekintjük, ahol a földfelszín a tengerszinttel azonos magasságban van, és a területét teljes mértékben összenyomhatatlan jég borítja (*3(b). ábra*). A jég $\varrho_{\text{jég}}$ sűrűségét tekintsük állandónak! A jégsapka $H(x)$ magassága nem függ az y koordinátától, és a magasság nulláról a maximális H_{m} értékig nő, ahogy a parttól, $(x = \pm L)$ a téglalap észak-déli felezővonaláig (az y tengelyig, a „jégválasztóig") haladunk. Ez a magasságprofil a *3(c). ábrán* látható.



3. ábra. (a) Grönland térképe, amely a jégsapka kiterjedését és a jégmentes parti területeketmutatja. (b) A grönlandi jégsapka durva modellje; egy jéggel borított, $2L$ és $5L$ oldalú, az (x, y) síkban fekvő téglalap. A jégválasztó vonal, azaz a jégsapka maximális, H_{m} magasságú gerince az y tengely felett fekszik. (c) A jégsapka (x, z) síkú (függőleges) síkmetszete, melyen a jégtakaró $H(x)$ magasságprofilja látható. A $H(x)$ magasság független az y koordinátától a teljes $0 < y < 5L$ tartományban, és hirtelen nulla értékre esik $y = 0$-ban és $y = 5L$-ben. Az y tengely jelöli a jégválasztó vonal helyét. A jég sűrűsége konstans, $\varrho_{\text{jég}}$.

A jégsapka magasságprofilja

Rövid időskálán a jégsapka egy összenyomhatatlan hidrosztatikai rendszer, melyben a $H(x)$ magasságprofil időben állandó.

3.a. Add meg a jégtakaró belsejében a $p(x, z)$ nyomást, mint a földfelszíntől (tengerszinttől) mért z magasság és a jégválasztó vonaltól mért x távolság függvényét! Hanyagold el a légköri nyomást!

Most tekints egy rögzített, egyensúlyban levő függőleges jégréteget, amely a kisméretű, vízszintes $\Delta x\,\Delta y$ alaplap fölött helyezkedik el, x és $x + \Delta x$ között, ahogy ezt a szaggatott vonalak mutatják a *3(c). ábrán*! A Δy mérete nem számít. A jégréteg befelé és kifelé eső oldalának magasságkülönbsége miatt e két függőleges oldalon ható eredő erők vízszintes komponensei különböznek. Ezt a ΔF különbségét a vízszintes alaplapon ható $\Delta F = S_b \Delta x\,\Delta y$ súrlódási erő kompenzálja, amelyet a földfelszín fejt ki a $\Delta x\,\Delta y$ területű alapra, ahol $S_b = 100$ kPa.

3.b. Igazold, hogy rögzített x esetén, ha $\Delta x \to 0$, akkor $S_b = kH\,\mathrm{d}H/\mathrm{d}x$, és add meg k-t!

3.c. Vezesd le a magasságprofilt megadó $H(x)$ kifejezést a $\varrho_{\text{jég}}$, g, L, S_b valamint a jégválasztótól mért x távolság függvényében! Az eredményből látható, hogy a jégsapka H_m legnagyobb magassága a $H_\mathrm{m} \propto L^{1/2}$ egyenlet szerint skálázódik az L félszélességgel.

3.d. Határozd meg azt a γ kitevőt, ami szerint a jégsapka teljes $V_{\text{jég}}$ térfogata skálázódik a téglalap alakú sziget A területével, $V_{\text{jég}} \propto A^{\gamma}$!

Tengerszint-emelkedés a grönlandi jégsapka olvadása miatt

A grönlandi jégtakaró teljes elolvadása az óceánok vízszintjének globális emelkedéséhez vezetne. E szintemelkedés durva becsléseként egyszerűen feltehetjük, hogy a Föld óceánjainak teljes felületén, $A_{\text{óceán}} = 3{,}61 \cdot 10^{14}$ m^2-en, mindenhol ugyanannyival emelkedik meg a vízszint.

3.e. Számítsd ki a grönlandi jégtakaró teljes elolvadása esetén bekövetkező átlagos vízszintemelkedést, ha annak jelenlegi területe $A_\mathrm{G} = 1{,}71 \cdot 10^{12}$ m^2 és $S_b = 100$ kPa!

A nagy tömegű grönlandi jégsapka gravitációsan vonzóerőt fejt ki a környező óceánra. Ha a jégtakaró elolvad, ez a lokális dagály megszűnik és Grönland közelében a tengerszint lesüllyed. Ez az effektus részben ellensúlyozza az előbb kiszámolt szintemelkedést.

A gravitációs vonzás vízszintre gyakorolt hatása nagyságának megbecsléséhez modellezzük a grönlandi jégtakarót egy földfelszínen elhelyezkedő, a teljes grönlandi jégtakaróval megegyező tömegű pontszerű testtel! Koppenhága a Föld felszíne mentén mérve 3500 km-re fekszik ettől a pontszerű testtől. Feltehető, hogy a Föld a pontszerű test nélkül gömbszimmetrikus és egész felszínét, $A_{\text{Föld}} = 5{,}10 \cdot 10^{14}$ m^2-t óceán borítja. A Föld forgásából származó minden effektus elhanyagolható.

3.f. A modell keretein belül határozd meg a $h_\mathrm{CPH} - h_\mathrm{OPP}$ különbséget, azaz a tengerszintek különbségét Koppenhága (h_CPH) és a Grönlanddal a földátmérő mentén átellenben (azaz a Grönlandtól legtávolabb) lévő földrajzi pont (h_OPP) között!