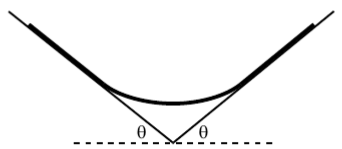
Diákolimpia előlészítő szakkör
Budapest, 2013. október 21., november 4.

1. Egy M tömegű, L hosszúságú, homogén kötél felső végét (A pont) kezünkkel tartjuk, alsó végét (B pont) pedig fixen rögzítjük, az ábrán látható módon. (A kötél két végpontja lényegében függőlegesen egymás alatt helyezkedik el, és a kötélnek csak elhanyagolható része lóg az alsó fix pont alá.)

A kötelet elengedjük. Határozzuk meg a B pontban a kötélre ható erő nagyságát az idő függvényében!

2. Egy téglát a vízszintes taljon a vízszinteshez képest α szögben v kezdősebességgel elhajítunk úgy, hogy a tégla legnagyobb oldallapja mindvégig vízszintes maradjon. A talajjal való ütközés tökéletesen rugalmatlan, a tégla és a talaj között a súrlódási együttható μ. Milyen α szög mellett jut a tégla a vízszintes talajon a kilövési ponttól a legmesszebbre?

3. Egy homogén tömegeloszlású kötél két szimmetrikusan szembeállított, θ hajlásszögű lejtő között nyugszik, az ábrán látható módon, szimmetrikusan. (A θ szöget szabadon megválaszthatjuk.)



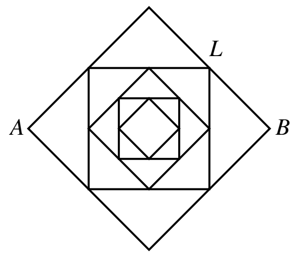
A kötél hosszegységre eső tömege egységnyi, és a súrlódási együttható 1. A kötélnek legfeljebb mekkora hányada nem érintkezik a lejtőkkel? Milyen θ szög esetén jöhet létre ez a szélsőséges helyzet?

4. Tömör gumilabdát (trükklabdát) ügyesen megpörgetve rá lehet dobni a vízszintes talajra úgy, hogy (ha eltekintünk az energiaveszteségtől), a labda két pont között ide-oda pattog. Hogyan lehetséges ez? Milyen ésszerű feltevések mellett, és hogyan írhatjuk le az ütközés folyamatát? Ha a pálya maximális magassága L, a két ütközési pont távolsága H, a gumilabda sugara R, tömege m, akkor két egymást követő ütközés között hányat pörög a labda?

5. Egy hosszú, keskeny fémlap nyugszik egy ϑ hajlásszögű tetőn, a lejtésvonallal párhuzamosan. A csúszási súrlódási együttható a lap és a tető között μ, ahol $\mu > \operatorname{tg}\vartheta$. Nappal a lap felmelegszik, kicsit kitágul, éjjel pedig lehül, kicsit összehúzódik. Legyen α a lap lineáris hőtágulási együtthatója, l a lap hossza a tető lejtésének irányában, és legyen ΔT a nappali és éjjeli hőmérséklet különbsége. Mennyivel csúszik lejjebb a tetőn a lap egy év alatt? (Legyen $\vartheta = 30°$, $\mu = 1$, $l = 1$ m, $\Delta T = 10$ °C és $\alpha = 17\cdot 10^{-6}\ \frac{1}{°\mathrm{C}}$, ami a réz hőtágulási együtthatója. Tegyük föl, hogy a lap egyenletesen érintkezik a tetővel.)

Hogyan változik a megoldás, ha lapot nem tekintjük keskenynek?

6. Egy drótból négyzet alakú keretet készítünk. Ezután az oldalfelező pontokba újabb négyzet alakú keretet forrasztunk, ugyanabból a drótból. Ezután ennek a négyzetnek az oldalfelező pontjaiba is egy újabb négyzetet forrasztunk, ugyanebből drótból, és ezt így ismételjük a végtelenségig.



Határozzuk meg az így kapott ellenállás-hálózat elektromos ellenállását az A és B pontok között, feltéve, hogy a legkülső, L oldalú négyzet egy oldalának ellenállása R!

7. Tekintsünk egy M tömegű, R sugarú tömör gumilabdát, mely egy sík felülten tökéletesen rugalmasan pattog. Tegyük föl, hogy az ütközés folyamán a labda felszínre merőleges mozgása „nem csatolódik össze” a labda felszínnel párhuzamos mozgásával valamint forgásával. Tegyük föl továbbá, hogy a labda olyan gumiból készült, amely nem csúszik meg a padlón.

A labdát zérus szögsebességgel, v sebességgel egy vízszintessel α szöget bezáró felületre ejtjük úgy, hogy a becsapódás merőleges legyen a felszínre. Határozzuk meg a labda felülettel párhuzamos sebességkomponensét az n-edik ütközés után!

8. Magas, téglákból rakott gyárkéményt robbantással bontanak; a kémény alját az egyik oldalon kirobbantják. Ennek következtében a kémény, mint egy egyenes pálca, elkezd a kirobbantott rész irányában dőlni, majd dőlés közben egy adott helyen eltörik. Hol törik el? (Tételezzük föl, hogy a kémény szerkezete homogén, azaz nem változik a magasság függvényében.)

9. Tekintsünk egy C_1 hőkapacitású, T_1 hőmérsékletű és egy C_2 hőkapacitású, T_2 hőmérsékletű testet. A két testet egymással termikus kapcsolatba hozzuk úgy, hogy a környezettől mindvégig el vannak szigetelve.
   (a) Határozzuk meg a termikus egyensúly beállta után a két test közös hőmérsékletét!
   (b) Határozzuk meg a rendszer entrópiavátozását!
   (c) Igazoljuk, hogy az entrópiaváltozás pozitív! (Feltéve, hogy $T_1 \neq T_2$.)

10. Rajzoljuk föl a Carnot-körfolyamatot a $T - S$ (hőmérséklet–entrópia) állapotsíkon! Igazoljuk, hogy a Carnot körfolyamat hatásfoka csak a hőtartályok hőmérsékletétől függ!

Jó munkát!
Tasnádi Tamás