

# Diákolimpia előkészítő szakkör

## Budapest, 2013. december 9., 16.

### Régi feladat

Magas, téglából rakott gyárkéményt robbantással bontanak; a kémény alját az egyik oldalon kirobbantják. Ennek következtében a kémény, mint egy egyenes pálca, elkezd a kirobbantott rész irányában dőlni, majd dőlés közben egy adott helyen eltörik. Hol törik el? (Tételezzük föl, hogy a kémény szerkezete homogén, azaz nem változik a magasság függvényében.)

### Új feladatok

1. Két azonos hőkapacitású hőtartály között Carnot-gépet működtetünk. Mekkora lesz a közös hőmérséklet?
2. Ideális gázzal úgynevezett politróp folyamatot végzünk, melyet  $pV^m = C$  állandó összefüggés jellemez, ahol  $p$  a gáz nyomása,  $V$  a térfogata,  $m$  pedig állandó. Határozzuk meg a folyamat során a gáz fajhőjét! Vizsgáljuk meg, hogy mely speciális  $m$  értékekre kapunk már ismert speciális folyamatokat, ill. fajhő értékeket!
3. Ideális gáz esetén határozzuk meg azoknak a folyamatoknak az egyenletét a  $p - V$  állapotsíkon, melyeknek a fajhője állandó!
4. Határozzuk meg az ideális gáz entrópiáját a hőmérsékletének, térfogatának és mólszámának függvényében! ( $S(T, V, n) = ?$ )
5. (Gibbs paradoxon, keveredési entrópia) Egymástól válaszfalal elzárt,  $V_1$  és  $V_2$  térfogatú két edényben azonos hőmérsékletű, azonos nyomású,  $n_1$  és  $n_2$  mólszámú, *különböző fajtajú* ideális gáz van. Ha a válaszfalat eltávolítjuk, akkor a két gáz összekeveredik.
  - (a) Indokoljuk meg, hogy a folyamatban miért nem változik a hőmérséklet és a nyomás!
  - (b) Határozzuk meg az entrópia-változást (az ún. keverési entrópiát), és fejezzük ki a gázok  $n_1$ ,  $n_2$  mólszámaival!
  - (c) Számítsuk ki az entrópia-változást, ha a két edényben azonos fajtajú gáz van!

Hogyan egyeztethető össze a kapott eredmény az entrópia Boltzmann-féle  $S = k \ln W$  definíciójával, ahol  $W$  a mikroállapotok száma?

6. A Yellowstone Nemzeti Park leghíresebb gejzírje az Öreg Hűséges (Old Faithful). Ezt a gejzirt egy nagy, föld alatti üregnek tekinthetjük, amely egy keskeny kúrtóval csatlakozik a felszínhez.

A vulkáni utóműködés következtében meleg talaj az üregben levő vizet felforralja. A forrás megindulása után a kúrtóban levő víz kilökődik, majd 4 perc alatt hozzávetőlegesen 44 tonna vízgőz szökik ki a gejzírből.

Kitörés után a felszín alatti források az üreget és a kúrtót 20 – 30 perc alatt a földfelszínig feltöltik vízzel, majd az egész folyamat előlről kezdődik. A kitörések 90 percnél ismétlődnek.

A geológiai fúrások azt mutatják, hogy ezen a területen a földfelszín alatt a hőmérséklet méterenként  $1\text{ }^\circ\text{C}$  értékkel emelkedik. Határozzuk meg, hogy minimálisan

milyen mélyen van az üreg! Ha feltesszük, hogy az üreg minimális mélységben van, mekkora a térfogata?

*Útmutatás:* A telített vízgőz  $p$  nyomása a  $T$  hőmérséklet függvényében a  $p = A \exp\left(\frac{-L}{RT}\right)$  összefüggés szerint változik, ahol  $L$  a víz moláris forráshője,  $R$  az univerzális gázállandó,  $A$  pedig egy konstans.

7. Egy szakasz két végpontjában két azonos  $Q$  töltést rögzítünk. Egy harmadik,  $q$  töltésű,  $m$  tömegű tömegpont súrlódásmentesen mozoghat a két fix töltést összekötő egyenes mentén. Hol van egyensúlyban a mozgó töltés? Stabil-e az egyensúlyi helyzet? Mekkora körfrekvenciával rezeg a kis töltés, ha stabil egyensúlyi helyzetéből kicsit kitérítjük?
8. Egyenlő oldalú háromszög három csúcsában három azonos  $Q$  töltést rögzítünk. Egy negyedik,  $q$  töltésű,  $m$  tömegű tömegpont súrlódásmentesen mozoghat a három fix töltés síkjában. Hol van egyensúlyban a mozgó töltés? Stabil-e az egyensúlyi helyzet? Mekkora körfrekvenciával rezeg a kis töltés, ha stabil egyensúlyi helyzetéből kicsit kitérítjük? Függ-e a rezgés körfrekvenciája a kitérés irányától?
9. Szabályos tetraéder négy csúcsában négy azonos  $Q$  töltést rögzítünk. Egy ötödik,  $q$  töltésű,  $m$  tömegű tömegpont szabadon mozoghat a térben. Hol van egyensúlyban a mozgó töltés? Stabil-e az egyensúlyi helyzet? Mekkora körfrekvenciával rezeg a kis töltés, ha stabil egyensúlyi helyzetéből kicsit kitérítjük? Függ-e a rezgés körfrekvenciája a kitérés irányától?
10. Vízszintes irányú, homogén,  $B$  indukciójú mágneses térben elengedünk egy  $m$  tömegű,  $q$  töltésű testet.
  - (a) Hogyan mozog a test?
  - (b) A kapott mozgás igen egyszerű, ha alkalmasan választott, egyenletes sebességgel mozgó koordináta-rendszerből írjuk le. Mekkora ez a sebesség?
  - (c) A mozgó koordináta-rendszerben hogyan módosulnak a mozgásegyenletek? Adjuk meg az elektromos és mágneses tér transzformációját leíró formulákat, ha állandó  $\mathbf{v}$  sebességgel mozgó vonatkoztatási rendszerbe térünk át! (Tegyük fel, hogy  $|\mathbf{v}|$  jóval kisebb a fénysebességnél!)

*Jó munkát!  
Tasnádi Tamás*