Diákolimpia előkészítő szakkör (Budapest, 2014. október 6.)

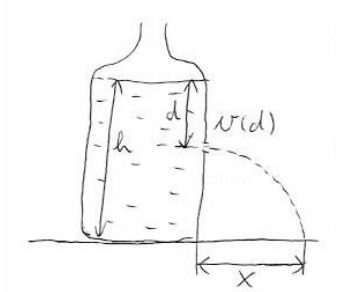
1. **Mozgás kúpban.** Egy csúcsára állított, 2α nyílásszögű kúp belső felületén h magasságban, vízszintes v_0 kezdősebességgel indítunk el egy pontszerű testet. Mekkora legyen a v_0 sebesség, hogy a test pályájának legmélyebb pontja $h/2$ magasságban legyen? (A test súrlódásmentesen csúszik.)

2. **Letekeredő zsinór.** Egy m tömegű anyagi pont vékony zsinórral rögzített, R sugarú hengerhez van erősítve. (A tömegpontra a kötélerőn kívül más erő nem hat.) Kezdetben a zsinór teljesen fel van tekerve a hengerre úgy, hogy a tömegpont érintkezik a hengerrel. Ezután egy pillanatnyi erőhatás radiális irányú impulzust ad a tömegpontnak, és a zsinór kezd letekeredni. Adjuk meg az indítástól eltelt t idő függvényében a letekeredett zsinór $l(t)$ hosszát, ha a test kezdősebessége v_0!

3. **Esőcseppek sebessége.** Tudjuk, hogy nagy sebességek (turbulens áramlás) esetén az F közegellenállási erő arányos a közeghez képesti v mozgási sebesség négyzetével,
$$F \sim v^2. \tag{1}$$
A kisebb vagy a nagyobb esőcseppek esnek gyorsabban? Hogyan függ az esőcseppek sebessége a cseppek sugarától?

4. **Közegellenállási erő.** Adjunk heurisztikus magyarázatot az előző feladatban szereplő (1) összefüggésre!

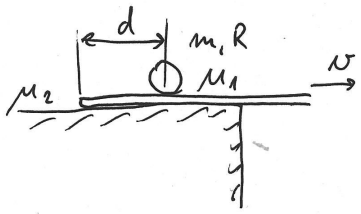
5. **Torricelli-féle kiömlési törvény.** Egy felül nyitott üveg h magasságig meg van töltve ideális (nem viszkózus, összenyomhatatlan) folyadékkal. A folyadék felszínétől számítva d mélységben egy kis lyuk van az üveg oldalán, melyen a folyadék vízszintesen folyik ki.



   (a) Határozzuk meg a folyadék $v(d)$ kiömlési sebességét a nyílásnál!

   (b) Mekkora d értéknél éri el a kiömlő folyadék a talajt az üvegtől a legnagyobb x távolságra? Mekkora x értéke?

6. **Henger az asztalterítőn.** Vízszintes asztallapon terítő, azon henger nyugszik. A terítőt kirántjuk a henger alól.



   (a) Mekkora sebességgel fog mozogni az asztalon a henger? (A súrlódás nem hanyagolható el.)

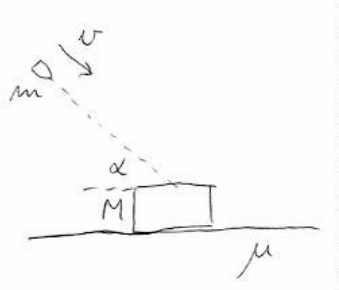
   (b) Legyen a henger tömör, tömege m, sugara R, és kezdeti távolsága a terítő szélétől d. Tegyük föl, hogy a terítőt egyenletes v sebességgel rántjuk ki alóla. Legyen a csúszási és tapadási súrlódási együttható a henger és a terítő között μ_1, a henger és az asztal között pedig μ_2.

   Mekkora a henger elmozdulása a terítő kirántása után hosszú idővel?

7. **Biciklizés oldalszélben.** Nehezebb-e oldalszélben biciklizni, mint szélcsendben? Ha igen, miért, mennyivel?

8. **Ciolkovszkij-féle rakéta-egyenlet.** Vezessük le a rakéta-egyenletet! Tekintsünk egy kezdetben M_0 tömegű, nyugalomban levű rakétát, melyből Δt idő alatt $\Delta m = \alpha \Delta t$ tömegű hajtóanyag távozik a rakétához képest v sebességgel. Határozzuk meg a rakéta sebességét az idő függvényében! Adjuk meg a rakéta végsebességét, ha az üzemanyag nélküli hasznos tömeg $M_1 = \lambda M_0$! $(0 < \lambda < 1)$

9. **Pisztolylövés a téglába.** Vízszintes talajon nyugvó, M tömegű téglába a vízszinteshez képest α szögben, v sebességgel m tömegű pisztolygolyót lövünk. A talaj tökéletesen rugalmatlan.



   Határozzuk meg a tégla sebességét közvetlenül azután, hogy a pisztolygolyó belefúródott, feltéve, hogy

   (a) a talaj súrlódásmentes;

   (b) a talaj és a tégla között a csúszási súrlódási együttható μ!

Jó munkát!
Tasnádi Tamás