

Szakköri feladatok 2015. október 12.-re és 19.-re (Bolygómozgás)

Szükséges előismeretek: kúpszeletek, Kepler-törvények, perdületmegmaradás;

Ajánlott irodalom: 333FFF gravitáció és bolygómozgás fejezet

1. Mutassuk meg, hogy az M tömegű Nap körül keringő m tömegű bolygó teljes energiája csak az ellipszispálya $2a$ nagytengelyétől függ:

$$E = -\gamma \frac{mM}{2a},$$

ahol γ a Newton-féle gravitációs állandó.

2.* Egy m tömegű (pontoszerű) űrszonda mozog az M tömegű Nap gravitációs terében. Mutassuk meg, hogy az

$$\mathbf{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{N} - \gamma m^2 M \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

vektor megmaradó mennyiség. (Itt \mathbf{r} a Naptól a szondáig mutató helyvektor, \mathbf{p} a szonda impulzusa, \mathbf{N} pedig a szonda Napra vonatkoztatott impulzusmomentuma.)

3.* Egy üstökös közeledik az M tömegű Naphoz hiperbola alakú pályán. Amikor a szonda még nagyon messze van a Naptól, a mozgásirányának egyenese és a Nap távolsága b (ún. impakt paraméter), sebességének nagysága pedig v_0 . Mennyivel fordul el az üstökös mozgásiránya az eredeti irányhoz képest, mialatt az üstökös újra messzire távolodik a Naptól?

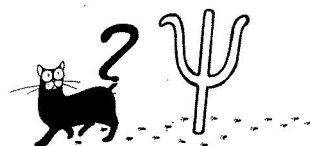
4. Legalább mekkora és legfeljebb mekkora sebességgel csapódhatna a Földbe egy, a Nap körül keringő üstökös, ha nem lenne levegő a Föld körül?

5.* Egy űreszközt szeretnénk a Földről a Marsra eljuttatni úgy, hogy a lehető legkevesebb energiát kelljen befektetnünk. A Földhöz képest mekkora sebességgel kell kilőnünk ezt az eszközt, és a kilövéskor mekkorának kell lennie a Föld-Nap-Mars szögnek? (A Föld és a Mars gravitációs vonzását az objektum pályájának módosításában ne vegyük figyelembe!)

6.** Gravitációs parittyahatás segítségével (egyetlen bolygó lendítő hatását kihasználva) szeretnénk elérni, hogy egy űrszonda elhagyja a Naprendszeret. Hány csillagászati egységre levő bolygót célszerű választanunk, ha a legkisebb indítási sebességgel szeretnénk megvalósítani a programot? Van-e ezen pályasugárnál (vagy ennek közelében) ténylegesen bolygó a Naprendszerben? (A bolygók pályáját tekintsük azonos síkban fekvő köröknek. A problémát tárgyalhatjuk abban az elfogadható közelítésben, hogy a szondára ható erők közül egy-egy bolygó közelében csak a bolygó gravitációs hatását, a bolygóktól távol pedig csak a Nap vonzóerejét vesszük figyelembe.)

7.* Legfeljebb mennyi időt tölthet egy, a Nap gravitációs terében *parabolapályán* mozgó üstökös a Föld pályasugarán belül? (A Föld és az üstökös pályasíkja egybeesik.)

8.** Egy felelőtlennek tűnő, de az égi mechanika törvényeit jól ismerő űrhajós $v_0 = 0,1$ m/s sebességgel (biztosítókötél és segédrakéta nélkül) elrugaszkodik a Nemzetközi Űrállomásról a Földdel ellentétes irányban. Legfeljebb milyen messzire fog eltávolodni az űrállomástól? Legalább mennyi időre elegendő oxigénnel kell rendelkeznie?



Szórakoztató feladatmegoldást kívánok: Vigh Máté