

## Olimpiai szakköri feladatok 2015. november 2-re

### 1. (bonyolult pályák – egyszerű megoldások)

a) Két lovag 500 m távolságból indul egymás felé. Az egyik 12 km/h, a másik 13 km/h sebességgel halad. Egy légy a lovagokkal egyszerre indul el az egyik lovag orráról, 20 km/h sebességgel. Átszáll a másik lovag orrára, onnan azonnal visszaindul, és így tovább. Mekkora utat tesz meg a légy?

b) Három ( $n$ ) katicabogár egy  $a$  oldalú szabályos három- $(n)$ -szög csúcaiban van. Mindegyik egyszerre elindul azonos  $v$  sebességgel a jobb szomszédja felé, és állandó sebességgel mindig arra megy, amerre a szomszéd éppen van. Mekkora utat tesz meg egy katicabogár a találkozásig?

c) Egy testet egy olyan lejtőre teszünk, ahol magától még épp nem indul el, de ha lefelé meglöknénk, egyenletes sebességgel csúszna. Mekkora lesz a sebessége hosszú idő után, ha  $v$  sebességgel vízszintesen (a lejtő esésvonalára merőlegesen) lökjük meg?

### 2. (grafikus ábrázolás)

Egy csille  $\alpha = 10^\circ$ -os lejtős pályán lefelé gurul. Tömegközéppontja közepén,  $h = 0,8$  m magasan van. A tengelyek távolsága  $d = 0,6$  m. A kerekek és a talaj közti súrlódási együttható  $\mu = \mu_0 = 0,4$ .

Mekkora lehet a maximális lassulása,

a) ha csak a hátsó tengelyt fékezzük?

b) ha csak az első tengelyt fékezzük?

Ábrázold a fékezett tengelyre ható súrlódási erőt a tengelynyomás függvényében! Jelöld be a grafikonon a megcsúszás illetve a borulás határát! Vizsgálj meg a grafikon segítségével más geometria viszonyokat is! (A kocsit  $d/h$ , a lejtőt  $\mu/\tan\alpha$  jellemzi.)

### 3. (numerikus egyenletmegoldás)

Az  $M$  és  $m$  tömegű testek súrlódásmentesen mozoghatnak a talajon. Az  $M$  tömegű test egy  $D$  rugóállandójú rugóhoz van rögzítve, melynek másik végét a függőleges falhoz rögzítettük. Kezdetben az  $M$  tömegű test áll, az  $m$  tömegű test pedig  $v_0$  kezdősebességgel közeledik, és a másik testtel (esetleg többször is) tökéletesen rugalmasan ütközik.

Mekkora legyen a két tömeg aránya, hogy végül maximális  $v$  sebességgel távolodjon? Mekkora  $v$  maximális értéke? Keress több megoldást is!

(A numerikus megoldáshoz szükséged lehet adatokra: legyen  $M/D = 1\text{ s}^2$  !)

### 4. (differenciálszámítás)

Egy vízszintes tengelyű forgásszimmetrikus dobra egy rétegben, szorosan egymás mellé  $d$  átmérőjű  $L$  hosszúságú acélkötelet csévélünk. A kötéel végére  $M$  tömegű testet akasztunk.

Milyen legyen a dob alakja, ha azt akarjuk, hogy a testet állandó fékezőnyomatékkal egyenletes sebességgel tudjuk leeresztetni? Próbáljuk meghatározni a dob alakját megadó  $r(x)$  függvényt!

Adatok:  $d = 3$  cm,  $r_{\min} = 1$  m,  $\rho_{\text{kötél}} = 7800$  kg/m<sup>3</sup>,  $L = 300$  m,  $M = m_{\text{kötél}}$

Vankó Péter