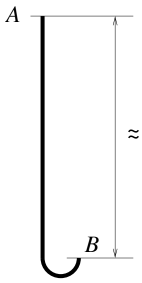
Diákolimpia előkészítő szakkör (Budapest, 2016. október 24.)

1. **Biciklizés oldalszélben.** Nehezebb-e oldalszélben biciklizni, mint szélcsendben? Ha igen, miért, mennyivel?

2. **Ciolkovszkij-féle rakéta-egyenlet.** Vezessük le a rakéta-egyenletet! Tekintsünk egy kezdetben M_0 tömegű, nyugalomban levű rakétát, melyből Δt idő alatt $\Delta m = \alpha \Delta t$ tömegű hajtóanyag távozik a rakétához képest v sebességgel. Határozzuk meg a rakéta sebességét az idő függvényében! Adjuk meg a rakéta végsebességét, ha az üzemanyag nélküli hasznos tömeg $M_1 = \lambda M_0$! $(0 < \lambda < 1)$

3. **Autó fogyasztása a vonatból.** Egy autó, miközben $10\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ról $20\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ra növeli a sebességét, háromszor annyi benzint fogyaszt (mondjuk $3\,\text{cm}^3$-t), mint miközben álló helyzetből $10\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ra gyorsul ($1\,\text{cm}^3$ benzin). Ha viszont az előző esetben az autót egy $10\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel az autóval azonos irányban mozgó vonatból nézzük, akkor azt tapasztaljuk, hogy az autó álló helyzetből $10\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ra gyorsult, és eközben $3\,\text{cm}^3$ benzint fogyasztott. Hová lett (a vonatból nézve) a $2\,\text{cm}^3$ benzinnek megfelelő energia?

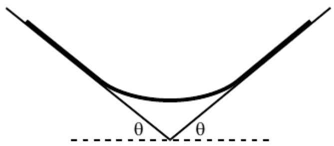
4. **Zuhanó kötél.** Egy M tömegű, L hosszúságú, homogén kötél felső végét (A pont) kezünkkel tartjuk, alsó végét (B pont) pedig fixen rögzítjük, az ábrán látható módon. (A kötél két végpontja lényegében függőlegesen egymás alatt helyezkedik el, és a kötélnek csak elhanyagolható része lóg az alsó fix pont alá.)



A kötelet elengedjük. Határozzuk meg a B pontban a kötélre ható erő nagyságát az idő függvényében!

5. **Elhajított tégla.** Egy téglát a vízszintes talajon a vízszinteshez képest α szögben v kezdősebességgel elhajítunk úgy, hogy a tégla legnagyobb oldallapja mindvégig vízszintes maradjon. A talajjal való ütközés tökéletesen rugalmatlan, a tégla és a talaj között a súrlódási együttható μ. Milyen α szög mellett jut a tégla a vízszintes talajon a kilövési ponttól a legmesszebbre?

6. **Kötél a lejtők között.** Egy homogén tömegeloszlású kötél két szimmetrikusan szembeállított, θ hajlásszögű lejtő között nyugszik, az ábrán látható módon, szimmetrikusan. (A θ szöget szabadon megválaszthatjuk.)



A kötél hosszegységre eső tömege egységnyi, és a súrlódási együttható 1. A kötélnek legfeljebb mekkora hányada nem érintkezik a lejtőkkel? Milyen θ szög esetén jöhet létre ez a szélsőséges helyzet?

7. **Bolygómozgás.** Ismeretes, hogy egy m tömegű test egy (a feladatban rögítettnek tekinthető) M ($M \gg m$) tömegű gravitációs centrum körül kúpszelet (ellipszis, hiperbola, esetleg parabola) pályán kering. Adjuk meg a kúpszelet geometriai méreteinek valamint a tömegek és a γ gravitációs állandó függvényében a keringő test E energiáját, és N impulzusmomentumát! Adjuk meg az összefüggések inverzét is, azaz fejezzük ki a pálya geometriai paramétereit az energiával és impulzusmomentummal! (A kúpszeletek geometriai adatai hiperbola és ellipszis esetén: a-fél nagytengely, b-fél kistengely, c-fókusztávolság; parabola esetén: p-a vezéregyenes és a fókuszpont távolságának a fele.)

Jó munkát!
Tasnádi Tamás