

Olimpiai szakköri feladatok – 2017. január 16.

Mechanikai problémák

1. Két (egyforma magas) ember a vállán visz egy homogén tömegeloszlású gerendát. A gerenda tömege m , az emberek a gerenda végeit tartják. Egy adott pillanatban az egyik ember megbotlik és elesik. Mekkora erő nyomja a gerenda a másik ember vállát ebben a pillanatban?

2. Négy (egyforma magas) ember a vállán visz egy vékony, homogén tömegeloszlású, d_1 és d_2 oldalélű, téglalap alakú lemezt. Egy adott pillanatban három ember megbotlik és elesik. Mekkora erő nyomja a lemez a negyedik ember vállát ebben a pillanatban?

3. Egy légpárnás asztalon három kicsiny, egyforma (m tömegű) korongot három egyforma (D rugóállandójú) rugó szabályos háromszöget képezve köt össze.

a) Hány (mechanikai értelemben vett) szabadsági fokú ez a rendszer?

b) Ha az egyensúlyi helyzetéből kicsit kimozdítjuk a testeket, milyen mozgást fognak végezni? Van-e ezen mozgások között olyan, amikor minden szabadsági foknak megfelelő koordináta ugyanolyan frekvenciájú harmonikus rezgőmozgást végez? Mi(k) ezen rezgések „sajátfrekvenciája” (sajátfrekvenciái)?

4. Egy r sugarú pénzérme vízszintes aszlallapon csúszásmentesen gördül. Az érme síkja a függőlegessel állandóan α szöget zár be, és az érme „nyomvonala” egy R sugarú kör. Mennyi idő alatt ér vissza az érme az indítás helyére?

Útmutatás: Egy merev test forgómozgásának egyenlete: a perdületvektor változási sebessége egyenlő a forgatónyomaték vektorral. A perdületvektor csak akkor párhuzamos a szögsebességgel, ha a szögsebesség iránya valamelyik főtengely irányával egyezik meg. Érdemes a vektorokat főtengely irányú összetevőkre bontani.

Tetszőleges \mathbf{u} vektor változásának sebessége $\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}$, ha a vektor $\boldsymbol{\omega}$ szögsebességgel forog.

5. Egy felelőtlen űrhajós a Nemzetközi űrállomástól „sugár irányban” $v_0 = 1$ m/s sebességgel ellöki magát, de sem rögzítőkábele, sem pedig rakétapisztolya (vagy valamilyen eldobható tárgy) nincsen. Milyen messzire fog eltávolodni az űrállomástól, és mennyi idő múlva tér vissza oda (ha egyáltalán visszatér)?

Útmutatás: v_0 sokkal kisebb, mint az űrállomás V keringési sebessége. A számolás során a $v_0/V = \varepsilon$ mennyiség egynél magasabb hatványait elhanyagolhatjuk. Érdemes a mozgást polárkoordináták segítségével leírni.

★

Ha valamilyik feladat megoldására a szakkörön nem kerül sor, de valaki később – részben vagy teljesen – megoldotta azt, megírhatja nekem e-mail-ben; visszajelzést, esetleg további útmutatást küldök a levélre (távoktatás).

Gnädig Péter
gnadigpeter@gmail.com