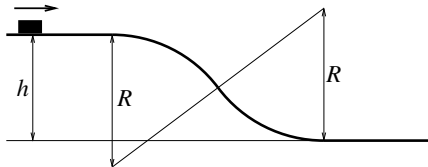


Diákolimpia előkészítő szakkör
(Budapest, 2018. szeptember 24.)

1. **Elválík-e?** Két vízszintes pályát két egyenlő, R sugarú körívből álló lejtő köt össze. A vízszintes pályák és a körívek függőleges síkban vannak, és törés nélkül csatlakoznak egymáshoz. A vízszintes pályák magasságkülönbsége $h = 2\text{ m}$. Egy test súrlódás nélküli csúszással halad a felső pályáról az alsóra.



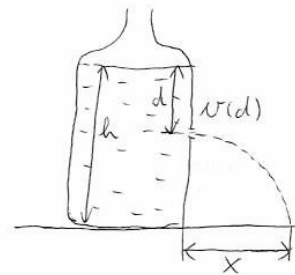
- (a) Mekkora az a legnagyobb kezdősebesség, amely mellett a test mozgása közben mindvégig érintkezésben marad a lejtővel?
- (b) Az előző feladat megoldása alapján határozzuk meg, hogy egy rögzített félgömbről kezdősebesség nélkül, súrlódásmentesen lecsúszó test hol (milyen középponti szögnél) válik el a gömb felületétől!

2. **Súrlódásmentes talajon eldőlő pálca.** Vízszintes, súrlódásmentes talajon kezdetben függőlegesen álló homogén pálca eldől. Határozd meg a talaj és a pálca között ható K nyomóerőt abban a pillanatban, amikor a pálca ϕ szöget zár be a függőlegessel! Elválík-e a pálca alsó végpontja a talajtól? Ha igen, akkor határozd meg az elválás pillanatában a pálca függőlegessel bezárt szögét!

3. **Mozgás kúpban.** Egy csúcsára állított, 2α nyílásszögű kúp belső felületén h magasságban, vízszintes v_0 kezdősebességgel indítunk el egy pontszerű testet. Mekkora legyen a v_0 sebesség, hogy a test pályájának legmélyebb pontja $h/2$ magasságban legyen? (A test súrlódásmentesen csúszik.)

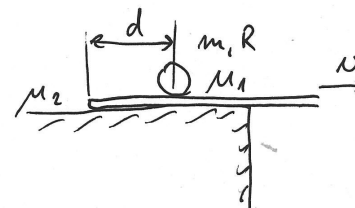
4. **Letekeredő zsinór.** Egy m tömegű anyagi pont vékony zsinórral rögzített, R sugarú hengerhez van erősítve. (A tömegpontra a kötélerőn kívül más erő nem hat.) Kezdetben a zsinór teljesen fel van tekerve a hengerre úgy, hogy a tömegpont érintkezik a hengerrel. Ezután egy pillanatnyi erőhatás radiális irányú impulzust ad a tömegpontnak, és a zsinór kezd letekeredni. Adjuk meg az indítástól eltelt t idő függvényében a letekeredett zsinór $l(t)$ hosszát, ha a test kezdősebessége v_0 !

5. **Torricelli-féle kiömlési törvény.** Egy felül nyitott üveg h magasságig meg van töltve ideális (nem viszkózus, összenyomhatatlan) folyadékkal. A folyadék felszínétől számítva d mélységben egy kis lyuk van az üveg oldalán, melyen a folyadék vízszintesen folyik ki.



- (a) Határozzuk meg a folyadék $v(d)$ kiömlési sebességét a nyílásnál!
- (b) Mekkora d értéknél éri el a kiömlő folyadék a talajt az üvegtől a legnagyobb x távolságra? Mekkora x értéke?
- (c) A lyuk d mélységének változtatásával különböző parabolák mentén folyik ki a vízszög. Határozzuk meg ezen paraboláknak a burkolóját, azaz a folyadéksugarak által elérhető és el nem érhető tartományok határát!

6. **Henger az asztalterítőn.** Vízszintes asztallapon terítő, azon henger nyugszik. A terítőt kirántjuk a henger alól.



- (a) Mekkora sebességgel fog mozogni az asztalon a henger? (A súrlódás nem hanyagolható el.)
- (b) Legyen a henger tömör, tömege m , sugara R , és kezdeti távolsága a terítő szélétől d . Tegyük föl, hogy a terítőt egyenletes v sebességgel rántjuk ki alóla. Legyen a csúszási és tapadási súrlódási együttható a henger és a terítő között μ_1 , a henger és az asztal között pedig μ_2 . Mekkora a henger elmozdulása a terítő kirántása után hosszú idővel?

Jó munkát!
Tasnádi Tamás