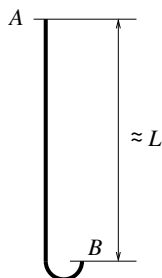


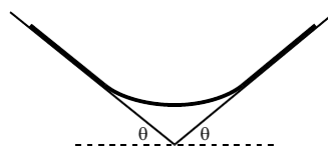
Diákolimpia előkészítő szakkör (Budapest, 2018. október 1.)

- Súrlódásos talajon eldőlő pálca.** Vízszintes talajon kezdetben függőlegesen álló homogén pálca eldől. A tapadási súrlódási együttható a pálca és a talaj között $\mu_0 > 0$. Mekkora szöget zár be a pálca a függőlegessel, amikor a pálca alsó végpontja megcsúszik a talajon? (A keresett szögre írjunk föl algebrai egyenletet. Az egyenletet nem kell megoldani.)
- Ciolkovszkij-féle rakéta-egyenlet.** Vezessük le a rakéta-egyenletet! Tekintsünk egy kezdetben M_0 tömegű, nyugalomban levő rakétát, melyből Δt idő alatt $\Delta m = \alpha \Delta t$ tömegű hajtóanyag távozik a rakétához képest v sebességgel. Határozzuk meg a rakéta sebességét az idő függvényében! Adjuk meg a rakéta végsebességét, ha az üzemanyag nélküli hasznos tömeg $M_1 = \lambda M_0!$ ($0 < \lambda < 1$)
- Autó fogyasztása a vonatból.** Egy autó, miközben $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ről $20 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ra növeli a sebességét, háromszor annyi benzint fogyaszt (mondjuk 3 cm^3 -t), mint miközben álló helyzetből $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ra gyorsul (1 cm^3 benzint). Ha viszont az előző esetben az autót egy $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel az autóval azonos irányban mozgó vonatból nézzük, akkor azt tapasztaljuk, hogy az autó álló helyzetből $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -ra gyorsult, és eközben 3 cm^3 benzint fogyasztott. Hová lett (a vonatból nézve) a 2 cm^3 benzinnek megfelelő energia?
- Zuhanó kötéll.** Egy M tömegű, L hosszúságú, homogén kötéll felső végét (A pont) kezünkkel tartjuk, alsó végét (B pont) pedig fixen rögzítjük, az ábrán látható módon. (A kötéll két végpontja lényegében függőlegesen egymás alatt helyezkedik el, és a kötéllnek csak elhanyagolható része lóg az alsó fix pont alá.)



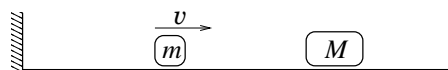
A kötelet elengedjük. Határozzuk meg a B pontban a kötéllre ható erő nagyságát az idő függvényében!

- Kötél a lejtők között.** Egy homogén tömegeloszlású kötéll két szimmetrikusan szembeállított, θ hajlásszögű lejtő között nyugszik, az ábrán látható módon, szimmetrikusan. (A θ szöveget szabadon megválaszthatjuk.)



A kötéll hosszegységre eső tömege egységnyi, és a súrlódási együttható 1. A kötéllnek legfeljebb mekkora hányada nem érintkezik a lejtőkkel? Milyen θ szög esetén jöhet létre ez a szélsőséges helyzet?

- Félegyenesen pattogó testek.** Az m tömegű, és az $M = \lambda m$ ($\lambda > 0$) tömegű, pontszerű testek egy félegyenes mentén súrlódásmentesen mozoghatnak. Az m tömegű testet a félegyenes kezdőpontjából v sebességgel nekilökjük a kezdetben nyugalomban levő másik testnek. A két test tökéletesen rugalmasan ütközik, a kisebbik test visszapattn, majd amikor eléri a félegyenes kezdőpontját, az oda helyezett ütközőről újra tökéletesen rugalmasan visszapattn, esetleg utoléri a nagyobbik testet, és így tovább; a kis test ide-oda pattog az ütköző és a nagyobbik test között.



A λ tömegarány ismeretében adjuk meg, hogy hányszor ütközik a két test!

Jó munkát!
Tasnádi Tamás