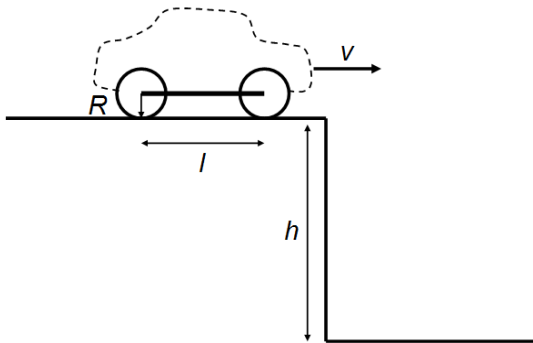


## Diákolimpia előkészítő szakkör (Budapest, 2018. október 8.)

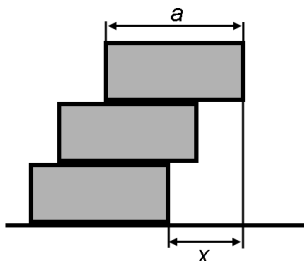
1. Egy (játék)autó vízszintes talajon állandó  $v$  sebességgel közelít egy szakadék széle felé. A szakadék fala függőleges, lent,  $h$  mélységben vízszintesen folytatódik a talaj. Az autó úgy hagyja el a szakadék peremét, hogy az alváz nem ér hozzá a szakadék széléhez. Az autó "bukfencezni" kezd a levegőben, végül mégis talpra esik.



a) Mekkora  $v_{min}$  minimális sebességgel kell az autónak megközelítenie a szakadék szélét, hogy az alváz ne koppanjon a szakadék peremén? Az autó tömege  $m$ , a kerekek tengelytávolsága  $l$ , a kerekek sugara  $R$ . Az autót az egyszerűség kedvéért tekintjük  $l$  hosszúságú, homogén tömegeloszlású, igen vékony rúdnak, melynek két végén helyezkednek el az elhanyagolható tömegű kerekek az ábra szerint. Használjuk ki továbbá, hogy  $R \ll l$

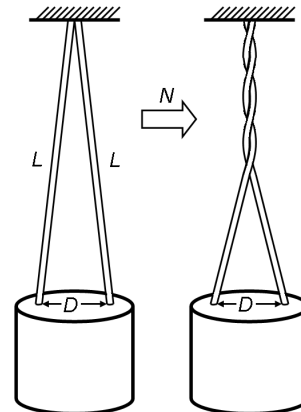
b) Milyen mély volt a szakadék, ha tudjuk, hogy az autó négy kereke egyszerre ér földet, és feltételezzük, hogy az autó a fent kiszámított  $v_{min}$  sebességgel közlekedett?

2. Maximálisan mekkora „belógású” torony építhető tetszőleges számú,  $a$  hosszúságú homogén tömegeloszlású egyforma téglá felhasználásával?



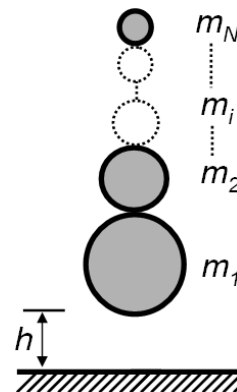
3. Egy  $m$  tömegű  $R$  sugarú homogén tömegeloszlású hengert az ábrán látható módon felfüggesztünk két  $L$  hosszúságú, igen hajlékony, de nyújthatatlannak tekinthető fonálra. A kör keresztmetszetű fonál átmérője  $d$ , a csatlakozási pontok távolsága a hengeren  $D$ . A felfüggesztett hengert  $N$ -szer körbetekerjük a tengelye körül, majd nyugvó

helyzetből elengedjük. Mennyi idő alatt tekeredik ki a fonál? Mekkora a henger szögsebessége a kitekeredés pillanatában?



4. Egymás fölé helyezünk  $N$  darab labdát, majd egyszerre elejtjük azokat  $h$  magasságból. Földetérést követően centrális, tökéletesen rugalmas ütközések következnek be.

a) Hogyan válasszuk meg az egyes labdák  $m_i$  tömegét, ha azt szeretnénk, hogy az ütközéseket követően a legfelső labda átvegye az összes alatta levő labda mozgási energiáját?



b) Milyen magasra emelkedik ekkor a legfelső labda?

c) Milyen tömegarányok szükségesek, ha az ütközésekkor a mechanikai energia  $0 < \lambda < 1$  hányada marad meg?

5. Egy  $\alpha$  hajlásszögű lejtőn könnyedén gördülő kiskocsi gurul lefelé. A kiskocsin kilövőszerkezet található, mellyel ki lehet löni egy labdát  $v_0$  kezdősebességgel a kocsi pályájával tetszőleges  $\beta$  szöget bezáró irányban.

a) Mekkora legyen  $\beta$ , ha azt akarjuk, hogy a labda visszaessen a kocsira? A labda tömege elhanyagolható a kocsi tömegéhez képest?

b) Hogy módosul  $\beta$ , ha a kocsi négy darab  $m$  tömegű,  $R$  sugarú tömör keréken gördül, a kocsi tömege  $M$ ?