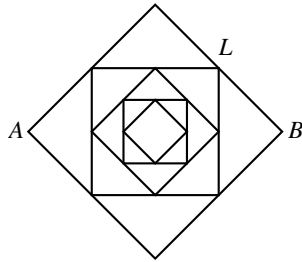


# Diákolimpia előkészítő szakkör (Budapest, 2021. január 18.)

## 1. Keretek egymásban.

Drótból négyzet alakú keretet készítünk. Ezután az oldalfelező pontokba újabb négyzet alakú keretet forrasztunk, ugyanabból a drótból. Ezután ennek a négyzetnek az oldalfelező pontjaiba is egy újabb négyzetet forrasztunk, ugyan-ebből drótból, és ezt így ismét-  
teljük a végtelenségig.



Határozzuk meg az így kapott ellenállás-hálózat elektromos ellenállását az  $A$  és  $B$  pontok között, feltéve, hogy a legkülső,  $L$  oldalú négyzet egy oldalának ellenállása  $R$ !

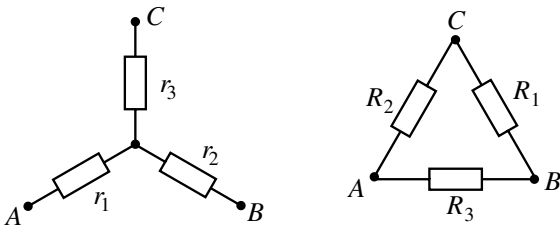
## 2. Szabályos testek ellenállásból.

Drótdarabokból összeforrasztjuk mind az öt szabályos testet úgy, hogy minden él ellenállása  $R$ . Határozzuk meg

- (a) az oktaéder eredő ellenállását egy él, illetve egy testátló két végpontja között!
- (b) a kocka eredő ellenállását egy él, egy lapátló illetve egy testátló két végpontja között!
- (c) a tetraéder, a dodekaéder és az ikozaéder eredő ellenállását egy él két végpontja között!

**3. Ellenállás-gráf.** Egy ohmos ellenállásokból, mint élekből  $N$  csúcú összefüggő, egyszerű gráfot építünk fel. (Egy gráf *egyszerű*, ha nincsenek benne többszörös- és hurokélek.) Ezután minden ellenállás végpontjai között megmérjük az áramkör eredő ellenállását. Mekkora ezen ellenállások összege? (Először alacsony foksámú gráfok esetén próbáljuk megsejteni az eredményt.) Érvényben marad-e az eredmény nem egyszerű, összefüggő gráfok esetén?

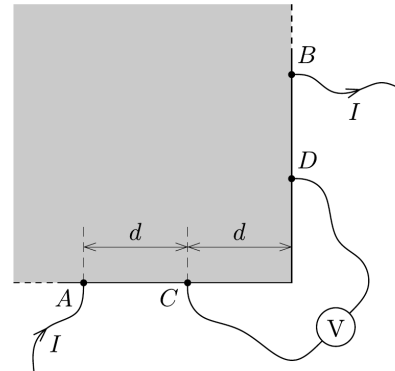
**4. Csillag-delta átalakítás.** Az ábrán az  $r_1, r_2, r_3$  ellenállások „csillag” kapcsolásban, az  $R_1, R_2, R_3$  ellenállások „delta” kapcsolásban vannak.



Alkalmasan megválasztott ellenállások esetén a két kapcsolás teljesen ekvivalens. Ezt feltételezve fejezzük ki az  $r_i$  ellenállásokat az  $R_i$  ellenállásokkal és fordítva!

**5. Fajlagos ellenállás.** Egy nagyméretű, négyzet alakú, vékony fémlemez anyagának fajlagos ellenállását szeretnénk megmérni. Ehhez a lemez egyik csúcának közelében kiválasztjuk a két szomszédos oldalélen található  $A, B, C$  és  $D$

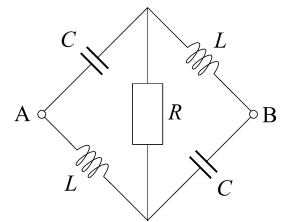
pontokat az ábrán látható módon. (Az  $A$  és  $B$  pontok távolsága a kiválasztott csúcstól  $2d$ , a  $C$  és  $D$  pontoké pedig  $d$ , ahol  $d$  sokkal kisebb a fémlemez oldalhosszánál.)



Ha az  $A$  pontba  $I$  erősségű áramot vezetünk, a  $B$  pontból pedig elvezetjük azt, akkor a  $C$  és  $D$  pontok közé kapcsolt voltmérő  $U$  feszültséget jelez. Határozzuk meg a fémlemez  $\rho$  fajlagos ellenállását, ha tudjuk, hogy a lemez vastagsága  $\delta$ !

## 6. AC hídkapcsolás.

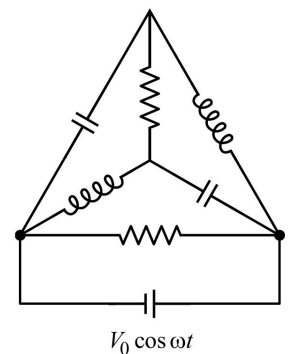
Az ábrán látható kapcsolásban  $R = 1 \Omega$ ,  $L = 3,18 \text{ mH}$  és  $C = 1,59 \text{ mF}$ . Az áramkör  $A$  és  $B$  pontja közé  $1 \text{ V}$  effektív feszültségű,  $100 \text{ Hz}$  frekvenciájú szinuszosan változó feszültséget kapcsolunk.



Mekkora az ellenálláson folyó áram effektív értéke? (Segítség: Használjunk komplex jelölésmódot!)

## 7. RLC tetraéder.

Tekintsü az ábrán látható tetraéder alakú  $RLC$  kört! A tetraéder két átellenes élét  $R$  ohmos ellenállás, másik két átellenes élét  $C$  kapacitás, harmadik két átellenes élét pedig  $L$  induktivitás alkotja. Az egyik ohmos ellenállás két végpontjára  $V_0$  amplitúdójú,  $\omega = 1/\sqrt{LC}$  körfrekvenciájú váltófeszültséget kapcsolunk. Tegyük föl továbbá, hogy  $R = \sqrt{L/C}$ .



Határozzuk meg az áramkörben folyó áram amplitúdóját!

Jó munkát!  
Tasnádi Tamás