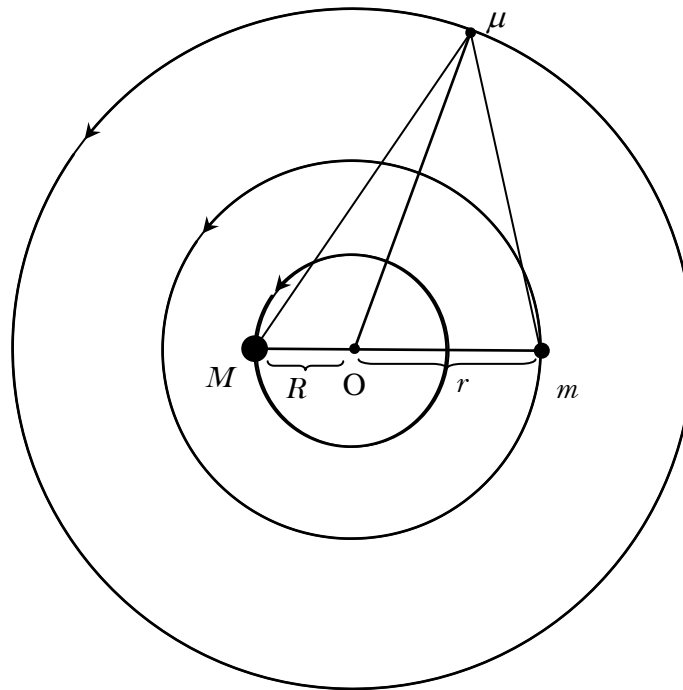


1. Egy háromtest-probléma és a LISA



1. ábra: Három test pályája egy síkban

1.1 M és m két egymást vonzó tömegpont, melyek R illetve r sugarú körpályán mozognak a közös tömegközéppontjuk körül. Fejezd ki az M és m tömegpontokat összekötő szakasz ω_0 szögsebességét R , r , M , m és a G gravitációs állandó függvényében.

[1,5 pont]

1.2 Egy harmadik, infinitezimálisan kicsi μ tömegű testet úgy helyezünk el, hogy azonos síkban, körpályán mozogjon ugyan akörül a közös tömegközéppont körül, és maradjon nyugalomban az M és m tömegű testekhez képest, ahogy az 1. ábrán látható. Tegyük fel, hogy ez a test nem esik egy egyenesbe az M és m testekkel. Fejezd ki a következő mennyiségeket R és r függvényében:

[3,5 pont]

1.2.1 μ távolsága M -től.

1.2.2 μ távolsága m -től.

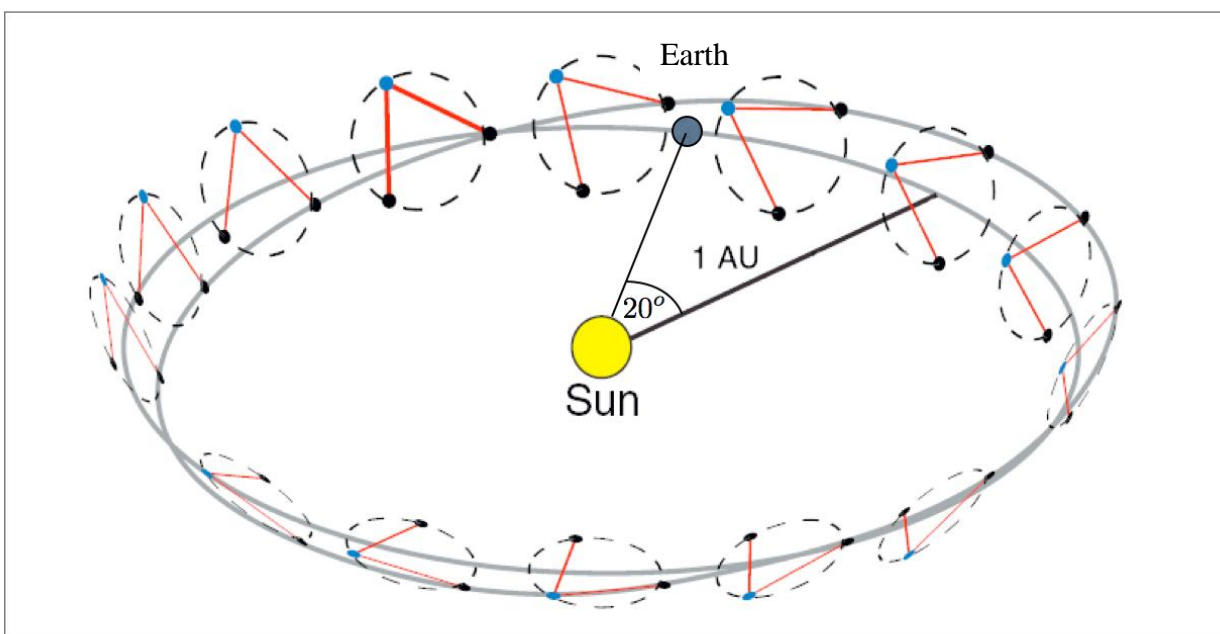
1.2.3 μ távolsága a tömegközépponttól.

1.3 Tekintsd az $M = m$ esetet. A μ testet kicsit kitérítjük radiális irányban (az O - μ egyenes mentén). Mekkora μ egyensúlyi helyzet körüli rezgésének körfrekvenciája ω_0 -al kifejezve? Tedd fel, hogy μ perdülete megmarad.

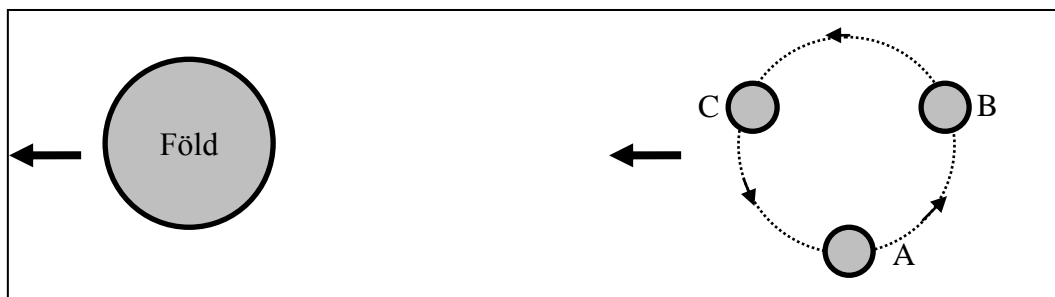
[3,2 pont]

A Laser Interferometry Space Antenna (LISA) három egyforma űrhajó együttese a kisfrekvenciás gravitációs hullámok detektálására. A három űrhajó egy szabályos háromszög csúcsaiban helyezkedik el, ahogy a 2. és 3. ábrán látható. Az oldalak (vagy „karok”) kb. 5,0 millió km hosszúak. A LISA együttes egy Föld-szerű pályán 20° -kal lemaradva követi a Nap körül a Földet. Mindegyik űrhajó egy saját, kicsit döntött pályán kering a Nap körül. Ennek eredményeként a három űrhajó keringeni látszik a közös középpontjuk körül, évente egy fordulatot megtéve.

Az űrhajók folyamatosan lézer jeleket bocsátanak ki és fogadnak egymás közt. A gravitációs hullámokat úgy mutatják ki, hogy a karok hosszának kicsiny változásait detektálják interferometriás módszerekkel. Gravitációs hullámok pl. úgy keletkezhetnek, hogy nagytömegű testek (pl. fekete lyukak) ütköznek a szomszédos galaxisokban.



2. ábra: A LISA pálya vázlata. A három űrhajó közös középpontjuk körül kering 1 éves periódusidővel. Kezdetben 20° -kal lemaradva követik a Földet. (Kép eredete: D.A. Shaddock, “An Overview of the Laser Interferometer Space Antenna”, *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2009, **26**, pp.128-132., Sun = Nap, Earth = Föld, AU = csillagászati egység).



3. ábra: A Földet követő három űrhajó nagyított képe. A, B és C a három űrhajó a szabályos háromszög csúcsaiban.

1.4 A három űrhajó síkjában mekkora egy űrhajó relatív sebessége egy másik űrhajóhoz képest?
[1,8 pont]