

Bevezetés

Ebben a feladatban egy hatékony, kísérletileg is működő gőzfejlesztési eljárást fogunk tanulmányozni. Víz és benne elosztatott, nanométeres méretű, gömb alakú ezüstgolyócskák (literenként csak körülbelül 10^{13} darab) keverékét fókuszált fénynyalábbal világítjuk meg. A fény egy részét a nanogolyócskák elnyelik, így felmelegednek és közvetlen környezetükben gőzt keltenek anélkül, hogy a teljes vízmennyiséget felmelegítenék. A keletkező gőz buborékok formájában távozik a rendszerből. Jelenleg a folyamat még nem minden részletében tisztázott, de a felmelegedés jelensége a fémes nanogolyócskák elektronjainak együttes oszcillációján alapuló fényelnyeléssel magyarázható. A berendezést plazmonos gőzfejlesztőnek nevezzük.

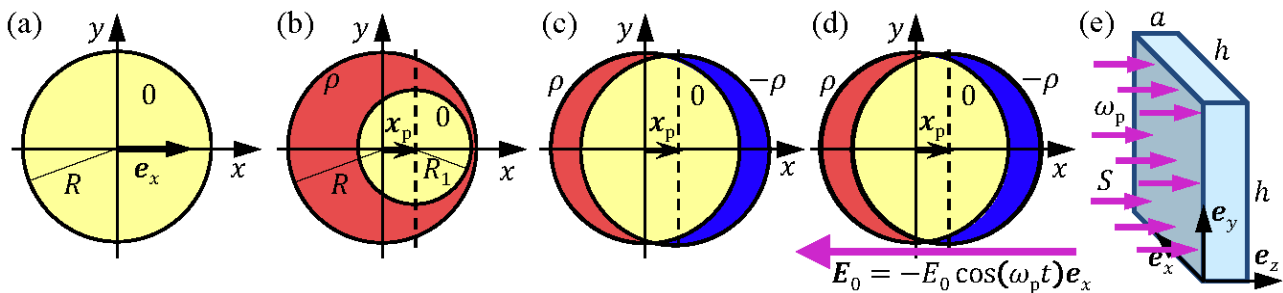


Figure 2.1 (a) Egy R sugarú, gömb alakú, semleges nanogolyócska a koordináta-rendszer origójában. (b) A Tömör gömb homogén, pozitív ρ töltéssűrűséggel (piros), benne egy kisebb R_1 sugarú, $\mathbf{x}_d = x_d \mathbf{e}_x$ vektorral eltolt középpontú, gömb alakú, töltéssemleges tartománnyal (0, sárga). (c) A koordináta-rendszer origójában rögzített nanogolyócska pozitív ρ töltéssűrűségű ezüstionjai (piros), és az origóhoz képest \mathbf{x}_p vektorral eltolt középpontú ($x_p \ll R$), gömb alakú, negatív $-\rho$ töltéssűrűségű elektronfelhő (kék). (d) Külső homogén $\mathbf{E}_0 = -E_0 \mathbf{e}_x$ elektromos tér. Időfüggő \mathbf{E}_0 esetén az elektronfelhő $\mathbf{v} = d\mathbf{x}_p/dt$ sebességgel mozog. (e) A z -irányba haladó, ω_p körfrekvenciájú, S intenzitású, monokromatikus fénynyalábbal megvilágított téglaltest alakú ($h \times h \times a$) tartály, benne a vízben elosztatott nanogolyócskákkal.

Egyetlen, gömb alakú, ezüst nanogolyócska

Ebben a részfeladatban tekintsünk egy $R = 10,0$ nm sugarú, gömb alakú ezüst nanogolyócskát, melynek középpontja a koordináta-rendszerünk origójában van rögzítve, ahogy az a 2.1(a) ábrán látható. Minden bekövetkező mozgás, erőhatás és erőtér párhuzamos a vízszintes x -tengellyel (amely az \mathbf{e}_x irányvektorral adható meg). A nanogolyócska vezetési elektronjai a golyócska teljes térfogatában szabadon mozoghatnak anélkül, hogy bármelyik ezüstatomhoz kötődnének. Az ezüstatomok pozitív ionokként vannak jelen a golyócskában, mindegyik egy-egy elektronnal járul hozzá a szabad töltéshordozókhoz.

2.1	Határozd meg a következő mennyiségeket: a nanogolyócska V térfogata és M tömege; a nanogolyócskában található ezüstionok N száma és ρ töltéssűrűsége; valamint a szabad elektronok n számsűrűsége (koncentrációja), összes Q töltése és összes m_0 tömege.	0,7
-----	---	-----

Elektromos mező egy töltött gömbön belüli töltéssemleges tartományban

Ebben a részfeladatban tegyük fel, hogy minden anyag relatív permittivitása $\varepsilon = 1$. Homogén ρ töltéssűrűségű, R sugarú gömb belsejében $-\rho$ töltéssűrűség hozzáadásával egy kisebb, R_1 sugarú, töltéssemleges tartományt hozunk létre, melynek középpontja az R sugarú gömb középpontjához képest $\mathbf{x}_d = x_d \mathbf{e}_x$ vektorral van tolva (lásd a 2.1(b) ábrát).

2.2	Mutasd meg, hogy a töltéssemleges tartományban az elektromos tér homogén és $\mathbf{E} = A (\rho/\varepsilon_0) \mathbf{x}_d$ alakú! Határozd meg az A szorzótényező értékét!	1,2
-----	--	-----

A kitérített elektronfelhőre ható visszatérítő erő

A következőkben a szabad elektronok együttes mozgását vizsgáljuk. Ennek érdekében modellezzük a szabad elektronok összességét egyetlen, negatívan töltött, homogén $-\rho$ töltéssűrűségű, x_p középpontú gömbbel, amely az x -tengely mentén mozoghat az origóhoz rögzített középpontú, pozitív töltésű gömbhöz (ezüstionok) képest (lásd a 2.1(c) ábrát!). Tegyük fel, hogy egy külső \mathbf{F}_{ext} erő hatására az elektronfelhő $\mathbf{x}_p = x_p \mathbf{e}_x$ vektorral elmozdul eredeti helyzetéből, ahol $|x_p| \ll R$. A nanogolyócska —a két szélén megjelenő kicsiny töltéstől eltekintve— a belsejében töltéssemleges marad.

2.3	x_p és n felhasználásával fejezd ki a következő két mennyiséget: az elektronfelhőre ható \mathbf{F} visszatérítő erőt, valamint az elektronfelhő elmozdítása során végzett W_{el} munkát.	1,0
-----	--	-----

Ezüst nanogolyócska időben állandó, külső elektromos térben

Egy nanogolyócskát vákuumban $\mathbf{E}_0 = -E_0 \mathbf{e}_x$ homogén elektromos térbe helyezünk, melynek hatására az elektronfelhő \mathbf{F}_{ext} erőhatást érezve kicsiny $|x_p|$ távolsággal elmozdul, ahol $|x_p| \ll R$.

2.4	Határozd meg az elektronfelhő x_p elmozdulását E_0 és n felhasználásával! Határozd meg az elmozdulás közben a nanogolyócska közepén átmenő yz -síkon keresztülhaladó $-\Delta Q$ töltést R , n és x_p függvényében!	0,6
-----	---	-----

Az ezüst nanogolyócska helyettesítő kapacitása és induktivitása

Mind időben állandó, mind változó \mathbf{E}_0 elektromos térben a nanogolyócska modellezhető egy megfelelő elektromos áramkörrel. A helyettesítő képbeli kapacitás meghatározható, ha a ΔQ töltés szétválasztásához szükséges W_{el} munkát megfeleltetjük egy $\pm \Delta Q$ töltéssel ellátott kondenzátor energiájának. A töltésszétválasztás a helyettesítő képben V_0 feszültséget eredményez a fegyverzetek között.

2.5a	Fejezd ki a rendszer helyettesítő képének C kapacitását ε_0 és R felhasználásával, és számítsd ki numerikus értékét!	0,7
2.5b	E_0 és R felhasználásával fejezd ki azt a V_0 feszültséget, amit a helyettesítő képbeli kondenzátorra kellene kapcsolni ahhoz, hogy ΔQ töltése legyen!	0,4

Időfüggő E_0 elektromos tér esetén az elektronfelhő mozgásba jön, sebességét jelölje $\mathbf{v} = v \mathbf{e}_x$ (lásd a 2.1(d) ábrát!). Ennek következtében az elektronok W_{kin} mozgási energiára tesznek szert és a rögzített yz -síkon átfolyó I erősségű áramot okoznak. Az elektronfelhő mozgási energiája megfeleltethető egy I árammal átjárt L induktivitás energiájának.

2.6a	Fejezd ki a W_{kin} és I mennyiségeket v felhasználásával!	0,7
2.6b	Fejezd ki a helyettesítő képbeli L induktivitást a golyócska R sugarának, az elektron e töltésének és m_e tömegének, valamint az n elektronszám-sűrűség felhasználásával, majd számítsd ki numerikus értékét!	0,5

Az ezüst nanogolyócska plazmon rezonanciája

Az eddigiekből következik, hogy az egyensúlyi helyzetéből kitérített, majd elengedett elektronfelhő mozgása egy, a rezonanciafrekvenciával oszcilláló ideális LC -körrel modellezhető. Az elektronfelhő ilyen mozgását plazmon rezonanciának hívják, a rezgés ω_p körfrekvenciája pedig az úgynevezett plazmon körfrekvencia.

2.7a	Határozd meg az elektronfelhő ω_p plazmon körfrekvenciáját az elektron e töltésének, m_e tömegének, az n elektronszám-sűrűség és az ϵ_0 vákuum-permittivitás felhasználásával!	0,5
2.7b	Számítsd ki ω_p -t rad/s egységekben, valamint az $\omega = \omega_p$ körfrekvenciájú fény λ_p hullámhosszát nm egységekben!	0,4

Plazmon frekvenciájú fénnel megvilágított ezüst nanogolyócska

A feladat további részében a nanogolyócskát ω_p plazmon körfrekvenciájú, $S = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 = 1.00 \text{ MW m}^{-2}$ intenzitású, monokromatikus fénnel világítjuk meg. Mivel a hullámhossz nagy ($\lambda_p \gg R$), tekinthetjük úgy, hogy a nanogolyócska homogén, időben harmonikusan változó $E_0 = -E_0 \cos(\omega_p t) \mathbf{e}_x$ elektromos térben helyezkedik el. Az E_0 tér hatására az elektronfelhő $\mathbf{x}_p(t)$ középpontja is ugyanazon frekvenciával, $\mathbf{v} = d\mathbf{x}_p/dt$ sebességgel, állandó x_0 amplitúdóval rezegni kezd. Az elektronok eme rezgőmozgása a fény elnyeléséhez vezet. A nanogolyócska által befogott energia egy része a golyócska belsejében Joule-hővé alakul, a maradék része pedig szórt fény formájában újra kisugárzódik.

A Joule-hőt a szabad elektronoknak az ezüstionokkal való ritka, véletlenszerű, rugalmatlan ütközései okozzák. Az ütköző elektron a teljes mozgási energiáját elveszíti, ami az ezüstionok rezgéseivé (azaz hővé) alakul. Az ilyen ütközések közötti átlagos időtartam $\tau \gg 1/\omega_p$, ahol ezüst nanogolyócskára számoljunk a $\tau = 5.24 \times 10^{-15}$ s értékkel!

2.8a	Fejezd ki a nanogolyócskában fejlődő Joule-hő keletkezési ütemének (teljesítményének) P_{heat} időátlagolt értékét és az áramerősség négyzetének (I^2) időátlagát úgy, hogy a kifejezések expliciten tartalmazzák az elektronfelhő sebességnégyzetének $\langle v^2 \rangle$ időátlagát!	1,0
------	---	-----

2.8b	Határozd meg a nanogolyócska helyettesítő képének R_{heat} ohmikus ellenállását, amely kapcsolatot teremt a fejlődő Joule-hő P_{heat} teljesítménye és az elektronfelhő I áramerőssége között. Számítsd ki R_{heat} numerikus értékét!	1,0
------	---	-----

A beeső fénynyalábban a rezgő elektronfelhőn való szóródás (újrakibocsátás) következtében valamekkora P_{scat} időátlagolt teljesítmény formájában veszteség lép fel. P_{scat} nagysága függ a szórócentrum x_0 amplitúdójától, Q töltésétől, ω_p körfrekvenciájától, valamint a fény tulajdonságaitól (a c fénysebességtől és a vákuum ϵ_0 permittivitásától). E négy változóval kifejezve P_{scat} a következő formulával adható meg: $P_{\text{scat}} = \frac{Q^2 x_0^2 \omega_p^4}{12\pi\epsilon_0 c^3}$.

2.9	R_{heat} analógiájára határozd meg a fényszórásnak megfelelő ekvivalens R_{scat} ohmikus ellenállást P_{scat} felhasználásával! Számítsd ki numerikus értékét is!	1,0
-----	--	-----

Az előbbieken tárgyalt helyettesítő áramkörü elemeket sorosan RLC -körbe kapcsolva, majd az áramkört (a beeső fény E_0 térerőssége által meghatározott amplitúdójú) $V = V_0 \cos(\omega_p t)$ váltakozó feszültségre kapcsolva megkapjuk az oszcilláló térbe helyezett ezüst nanogolyócska modelljét.

2.10a	Ismert adatok felhasználásával határozd meg a P_{heat} és P_{scat} időátlagolt teljesítmény-veszteségek kifejezéseit, valamint az $\omega = \omega_p$ körfrekvenciájú beeső fény E_0 amplitúdóját!	1,2
2.10b	Határozd meg E_0 , P_{heat} , és P_{scat} numerikus értékét!	0,3

Gőzfejlesztés fénnel

Az ezüst nanogolyócskákat $n_{\text{np}} = 7.3 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$ koncentrációban elkeverjük vízben, majd a keveréket egy téglatest alakú, $h \times h \times a = 10 \times 10 \times 1.0 \text{ cm}^3$ méretű, átlátszó tartályba töltjük, végül a rendszert merőleges beeséssel plazmon frekvenciájú, $S = 1.00 \text{ MW m}^{-2}$ intenzitású fénnel világítjuk meg (lásd a 2.1(e) ábrát!). A víz hőmérséklete $T_{\text{wa}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ és a megfigyelésekkel összhangban feltehetjük, hogy stacionárius állapotban a nanogolyócskák Joule-hője teljes egészében $T_{\text{st}} = 110 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű gőz keletkezésére fordítódik, a teljes víztömeg hőmérsékletének növelése nélkül.

A plazmonos gőzfejlesztő készülék η termodinamikai hatásfokát a $\eta = P_{\text{st}}/P_{\text{tot}}$ hányadosként definiáljuk, ahol P_{st} az egész tartályban a gőz fejlesztésére fordítódó hőteljesítmény, P_{tot} pedig a tartályra eső fény összes teljesítménye.

Bármely kiszemelt nanogolyócskát az idő legnagyobb részében víz helyett gőz veszi körül, ezért tárgyalható úgy, mintha vákuumban helyezkedne el.

2.11a	Számítsd ki numerikusan a plazmonos gőzfejlesztő készülék által az időegység alatt előállított vízgőz μ_{st} tömegét a plazmon frekvenciájú, S intenzitású fénnel való besugárzás folyamán!	0.6
2.11b	Számítsd ki numerikusan a plazmonos gőzfejlesztő készülék η termodinamikai hatásfokát!	0.2