

## Diffrakció csavarvonal alakú szerkezeteken

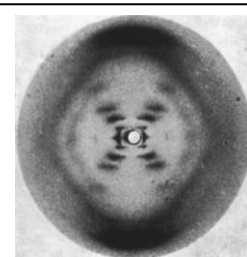
(10 pont)

### Bevezetés

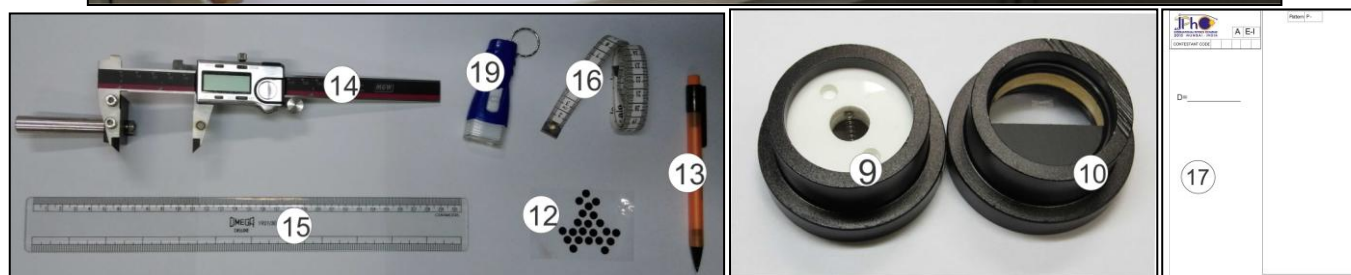
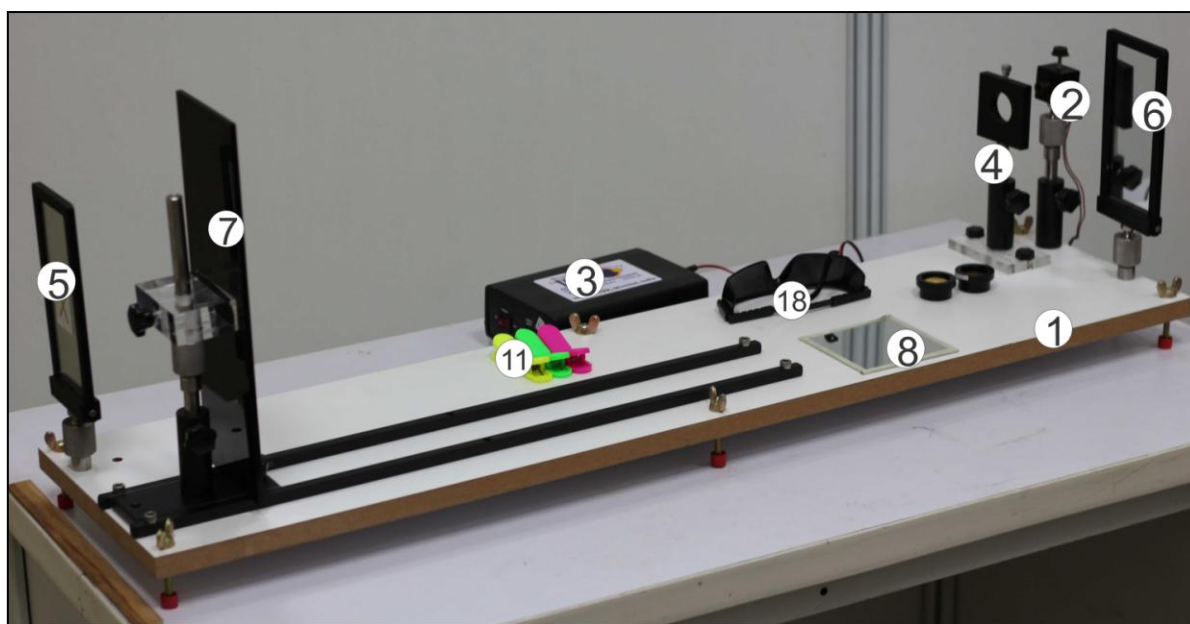
A Rosalind Franklin laboratóriumában a DNS-ről készített röntgendiffrakciós kép, a híres „51-es fotó” (1. ábra) alapozta meg Watson és Crick 1952-es felfedezését a DNS kettős helikális szerkezetéről. Ez a kísérlet segít megértened a csavarvonal alakú szerkezeteken elhajló, látható fény által létrehozott diffrakciós képeket.

### A mérés célja

Csavarvonal alakú minták geometriai paramétereinek meghatározása diffrakcióval.



1. ábra: 51-es fotó



2. ábra: Az E-I-es mérés eszközei

### Mérési eszközök

[1]	Fa alaplap	[11]	Műanyag csipeszek
[2]	Lézermodul tartóval és állvánnyal	[12]	Fekete öntapadós korongocskák
[3]	Egyenáramú tápegység	[13]	Rotring ceruza
[4]	Mintatartó állvánnyal	[14]	Digitális tolómérő rögzítőelemmel
[5]	Bal oldali tükör	[15]	Vonalzó (30 cm)
[6]	Jobb oldali tükör	[16]	Mérőszalag (1,5 m)
[7]	Ernyő (10 cm x 30 cm) befogóval és állvánnyal	[17]	Lapok a mintázatok rajzolásához
[8]	Síktükör (10 cm x 10 cm)	[18]	Védőszemüveg
[9]	I-es minta (csavarrugó)	[19]	Elemlámpa
[10]	II-es minta (üveglapra nyomtatott kettős csavarvonalszerű mintázat)		

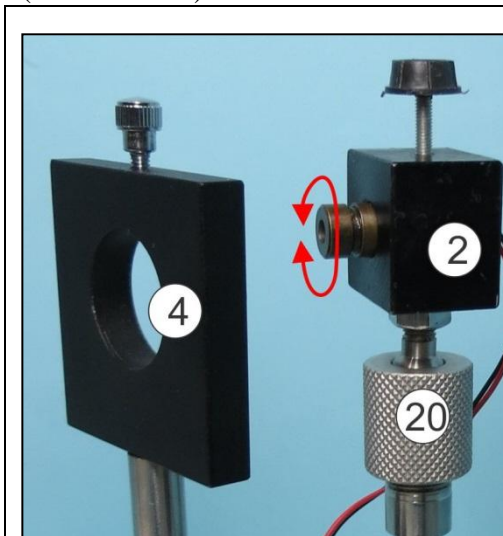
Figyelem! Az [1], [3], [14], [15], [16] és [18] eszközökre az E-II-es mérésben is szükség van.

### A mérési eszközök leírása

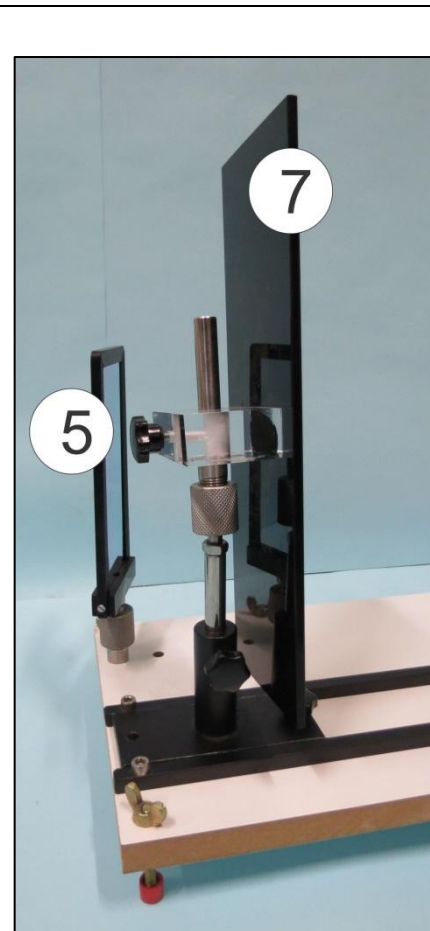
**Fa alaplap [1]:** Erre mereven rögzítve van egy sín pár, valamint a lézert, tükröket, ernyőt és mintákat tartó állványok.

**Lézermodul tartóval és állvánnyal [2]:** Egy fémtartóba rögzített,  $\lambda = 635 \text{ nm}$  ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ) hullámhosszú lézermodul, gömbcsuklóval az állványhoz csatlakoztatva ([20] a 3. ábrán), amely X-Y-Z irányú beállítást tesz lehetővé. A lézermodul a fémtartó tetején lévő csavarral meglazítható és rögzíthető. A nyaláb fókusza az elülső lencse kupakjának forgatásával állítható (3. ábrán látható piros nyíl szerint), ezzel tiszta és éles diffrakciós kép érhető el.

**Egyenáramú tápegység [3]:** Az előlapon található egy intenzitás-kapcsoló (high/low), csatlakozó a lézermodulnak, valamint három USB csatlakozó. A hátlapon van a bekapcsológomb és a hálózati csatlakozó (lásd a 4. ábrát).



3. ábra: Lézermodul és mintatartó, valamint a gömbcsukló [20].



5. ábra: Bal oldali tükör és ernyő



4. ábra: Egyenáramú tápegység

**Mintatartó állvánnyal [4]:** A minták rögzítéséhez használd a tetején lévő csavart (3. ábra). A mintatartó vízszintes és függőleges irányban is állítható, valamint forgatható.

**Bal oldali tükör [5]:** Ez a tükör az alaplaphoz van rögzítve (5. ábra). Ne használd az X-szel jelölt oldalát!

**Jobb oldali tükör [6]:** Ez a tükör az alaplaphoz van rögzítve, de eltávolítható. (Az E-II-es mérésben el is kell távolítani.) Ne használd az X-szel jelölt oldalát!

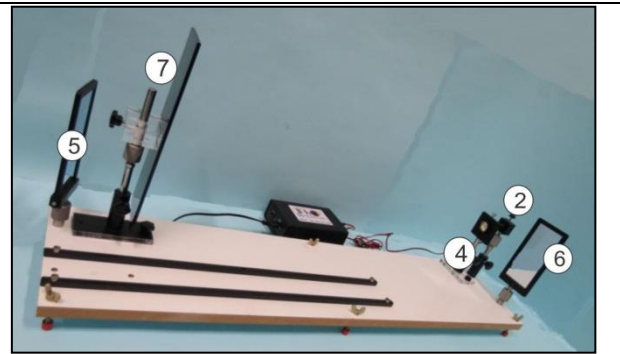
**Ernyő befogóval [7]:** Az ernyő gömbcsuklóval csatlakozik az állványához, lehetővé téve a forgatást minden irányban (5. ábra). Az ernyő a 2. ábrán és a 6. ábrán látható helyen is rögzíthető, ahogy éppen szükséges.

**I-es minta [9]:** Egy csavarrugó kör alakú tartóban, fehér akrilkorongokkal rögzítve.

**II-es minta [10]:** Egy kör alakú tartóba rögzített üveglap, melyre kettős csavarvonal szerű mintázat van nyomtatva.

**Digitális tolómérő rögzítőelemmel [14]:** A digitális tolómérőre egy rögzítőelem van csavarozva (ez az E-II-es mérésben lesz fontos). Van rajta egy ki-/bekapcsoló gomb, egy gomb a kijelző nullázásához, egy mm/inch választó (hagyd mm állásban), egy rögzítő-csavar és egy csavar a csúszka mozgatásához. A digitális tolómérőt használhatod a lerajzolt mintázatokon végzett távolságmérésekhez.

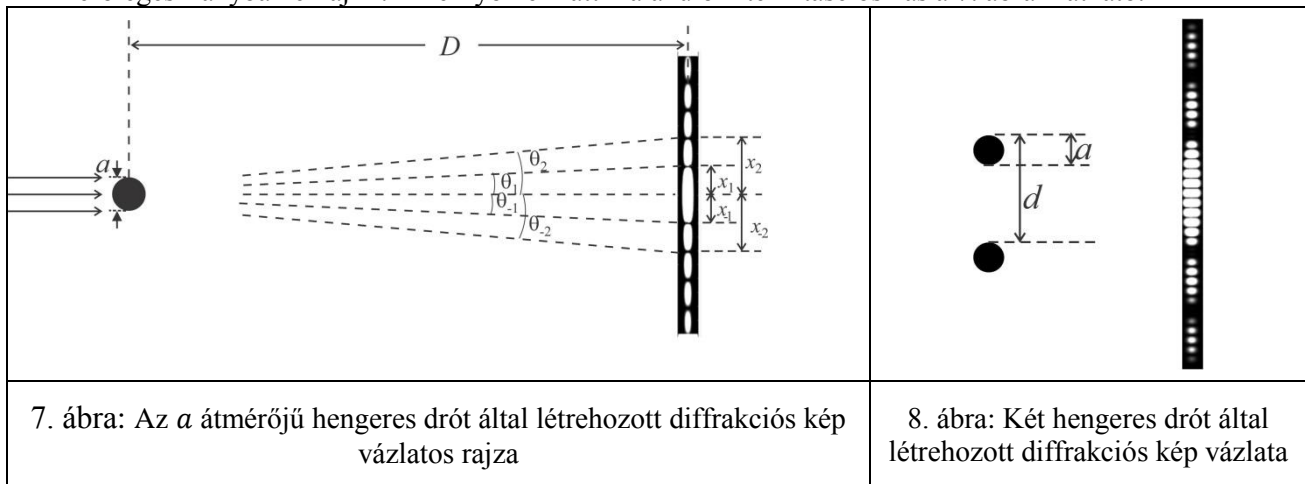
**Lapok a mintázatok rajzolásához (pattern marking sheets) [17]:** A mellékelt „pattern marking sheet” feliratú lapok félbehajthatók és a műanyag csipeszekkel az ernyőre rögzíthetők. Ügyelj rá, hogy a diffrakciós kép rajza a téglalap alakú mezőn belül maradjon.



6. ábra: Az ernyő másik lehetséges, a 2. ábrán láthatótól eltérő elhelyezése.

### Elmélet

Ha egy  $a$  átmérőjű, hengeres drótra merőlegesen  $\lambda$  hullámhosszúságú lézert fényt ejtünk, az a drótra merőleges irányban elhajlik. Az ernyőn emiatt kialakuló intenzitáseloszlás a 7. ábrán látható.



Az intenzitáseloszlást a  $\theta$  szög függvényében merőleges beesés esetén a következő formula adja meg:

$$I(\theta) = I(0) \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2, \text{ ahol } \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

A középső folt fényes, a többi irányban pedig, amelyre  $\sin \beta$  ( $\beta \neq 0$ ) értéke nulla, az intenzitás zérus. Így az intenzitáseloszlás  $n$ -edik minimumának  $\theta_n$  szögét a következőképpen adhatjuk meg:

$$\sin \theta_n = \pm n \frac{\lambda}{a} \quad n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$$

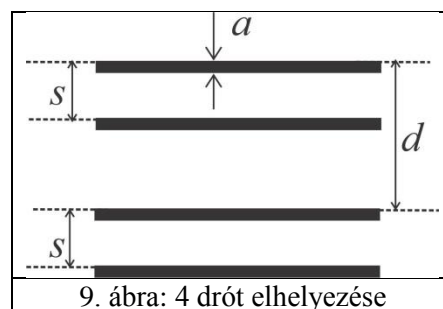
Itt a  $\pm$  jel a középső folt két oldalán elhelyezkedő foltokra utal ( $\theta = 0$ ).

Két egyforma, egymástól  $d$  távolságra lévő drót diffrakciós képe (8. ábra) két mintázatnak a kombinációja (az egyetlen dróton való elhajlás, illetve a két drót között kialakuló interferencia miatt). A keletkező intenzitáseloszlás:

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \delta \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2,$$

ahol  $\delta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}$  és  $\beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$ .

A kettős dróttól messze,  $D$  távolságra lévő ernyőn a fényelhajlás miatt kialakuló minimumok az  $x_{\pm n} = \pm n \frac{\lambda D}{a}$  helyeken, az interferencia miatt keletkező minimumok pedig az  $x_{\pm m} = \pm \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a}$  láthatók (itt  $m, n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$ ). Hasonlóan, négy egyforma drótból álló elrendezésnél (9. ábra) az eredő intenzitáseloszlás az egyes drótokon való elhajlás, valamint a lehetséges drótpárokon belüli interferencia eredményeként jön létre, így az függ az  $a$ ,  $d$  és  $s$  mennyiségektől. Más szóval, három intenzitáseloszlás kombinációja figyelhető meg.



9. ábra: 4 drót elhelyezése

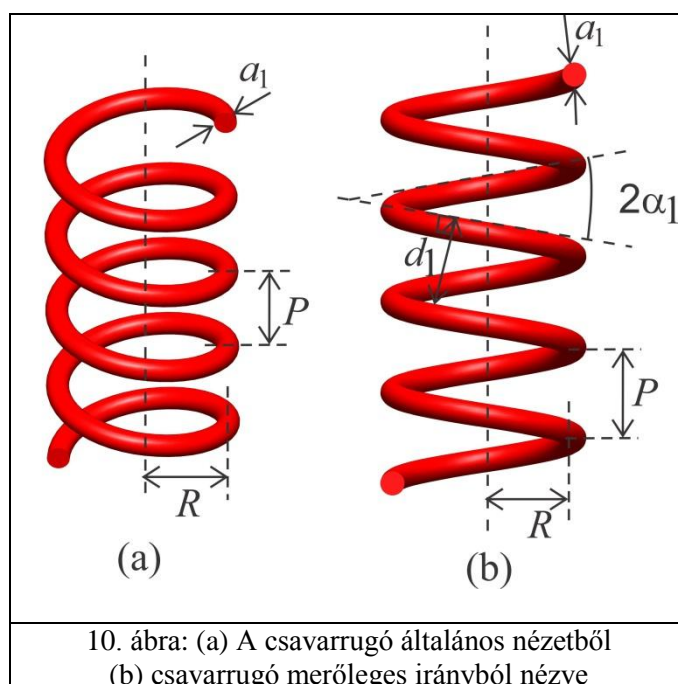
### Kezdeti beállítások

1. Kapcsold be a lézermódult, és állítsd be mindkét tükröt úgy, hogy a lézervolt az ernyőre essen.
2. A műanyagvonalzó felhasználásával állítsd be a lézermódul tartóját és a tükröket úgy, hogy a lézernyaláb párhuzamos legyen a fa alaplappal.
3. Ügyelj rá, hogy a lézervolt nagyjából az ernyő közepére essen.
4. Kapcsold ki a lézermódult. Csipeszeld a „pattern marking sheet”-et az ernyőre.
5. Csipeszeld a mellékelt kis síktükröt az ernyőre, majd kapcsold be újra a lézert.
6. Állítsd be úgy az ernyőt, hogy a lézernyaláb önmagába verődjön vissza, egészen a lézermódulig. Ha kész vagy, távolítsd el a kis síktükröt.
7. A kabinodban a világítást igényed szerint le- vagy fölkapcsolhatod.

### A mérés

#### A rész (Part A): Csavarrugó geometriai paramétereinek meghatározása

Az I-es minta egy  $R$  sugarú,  $P$  menetemelkedésű csavarrugó, amely egyenes  $a_1$  vastagságú drótból készült (lásd a 10/a ábrát). Merőleges irányból nézve a rugó vetülete egyenértékű két olyan, egymással  $2\alpha_1$  szöget bezáró drótsorozattal, melyek párhuzamos helyzetű, egyforma vastagságú, egymástól  $d_1$  távolságra lévő drótszakaszokból állnak (10/b ábra).



10. ábra: (a) A csavarrugó általános nézetből  
(b) csavarrugó merőleges irányból nézve

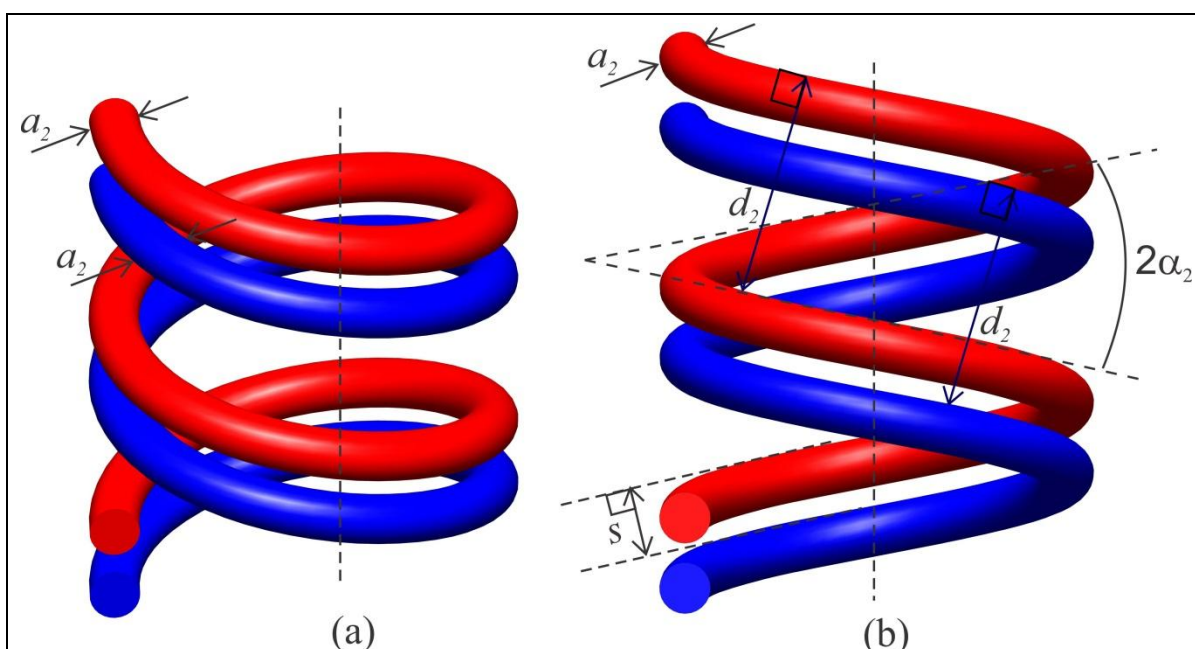
- Fogasd be az I-es mintát a mintatartóba úgy, hogy a rugó függőlegesen álljon.
- Állíts elő egy tiszta és éles X alakú diffrakciós képet a „pattern marking sheet”-en.
- Ennek eléréséhez lehet, hogy állítanod kell
  - a lézernyaláb fókuszát (forgasd a lencse kupakját)
  - a nyaláb orientációját (forgasd a lézermódult úgy, hogy a rugónak csak két menetét világítsa meg a nyaláb)
  - lézer intenzitást (high/low kapcsoló a tápegységen)
  - környező fényeket (a kabinbeli fényforrás ki-/bekapcsolásával)

Ha a középső maximum túl fényes, a „pattern marking sheet”-en ragaszthatsz a helyére egy öntapadós fekete korongocskát, hogy csökkentsd a fényszóródást.

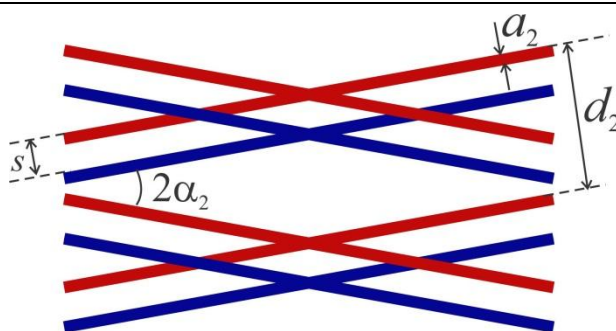
Feladat	Leírás	Pont
A1	A rotiring ceruzával [13] jelöld be az $a_1$ és $d_1$ mennyiségek meghatározásához szükséges intenzitásminimumok helyzeteit a középső folt mindkét oldalán. A „pattern-marking sheet”-eket jelöld P-1, P-2 stb. módon.	0.7
A2	Mérd meg az $a_1$ mennyiség meghatározásához szükséges megfelelő távolságokat a digitális tolmérővel, és foglald ezeket a „Table A1” táblázatba.	0.5
A3	Készíts „Graph A1” címmel alkalmas grafikont, majd a meredekségből határozd meg $a_1$ értékét.	0.7
A4	Mérd meg a $d_1$ mennyiség meghatározásához szükséges megfelelő távolságokat, és foglald őket a „Table A2” táblázatba.	0.8
A5	Készíts „Graph A2” címmel alkalmas grafikont, majd a meredekségből határozd meg $d_1$ értékét.	0.6
A6	Az X alakú mintázatból határozd meg az $\alpha_1$ szög értékét.	0.2
A7	Fejezd ki $P$ -t $d_1$ és $\alpha_1$ segítségével, és számítsd ki $P$ értékét.	0.2
A8	Fejezd ki $R$ -t $P$ és $\alpha_1$ segítségével, és számítsd ki $R$ értékét ( $\alpha_1$ -et hanyagold el).	0.2

**B rész (Part B): Kettős csavarvonal-alakú mintázat geometriai paramétereinek meghatározása**

A 11/a ábra egy kettős csavarvonal két menetét mutatja. A 11/b ábra ennek a kettős csavarvonalnak a kétdimenziós vetületét ábrázolja a rá merőleges nézetből. Mindkét  $a_2$  vastagságú csavarvonal szöge  $2\alpha_2$ , a menetek közötti távolság merőleges irányban mérve  $d_2$ . A két csavarvonal közötti távolság  $s$ . A II-es minta egy üveglap, melyre kettős csavarvonalszerű mintázat van nyomtatva (12-es ábra), ennek diffrakciós képe hasonló a kettős hélix képéhez. Ebben a részben a II-es minta geometriai paramétereit kell meghatároznod.



11. ábra: (a) Kettős csavarvonal általános nézetből (b) kettős csavarvonal merőleges irányból nézve



12. ábra: A II-es minta kettős csavarvonalyszerű mintázata

- Fogasd be a II-es mintát a mintatartóba.
- Csiptess egy új „pattern-marking sheet”-et az ernyőre.
- Állíts elő egy tiszta és éles X alakú diffrakciós képet az ernyőn.

Feladat	Leírás	Pont
B1	Jelöld be az $a_2$ , $s$ és $d_2$ mennyiségek meghatározásához szükséges intenzitásminimumok helyezeit a középső folt mindkét oldalán. Ehhez több „pattern marking sheet”-et is használhatsz.	1.1
B2	Mérd meg a $a_2$ mennyiség meghatározásához szükséges megfelelő távolságokat, és foglald őket a „Table B1” táblázatba.	0.5
B3	Készíts „Graph B1” címmel alkalmas grafikont, majd a meredekségből határozd meg $a_2$ értékét.	0.5
B4	Mérd meg az $s$ mennyiség meghatározásához szükséges megfelelő távolságokat, és foglald őket a „Table B2” táblázatba.	1.2
B5	Készíts „Graph B2” címmel alkalmas grafikont, majd a meredekségből határozd meg $s$ értékét.	0.5
B6	Mérd meg a $d_2$ mennyiség meghatározásához szükséges megfelelő távolságokat, és foglald őket a „Table B3” táblázatba.	1.6
B7	Készíts „Graph B3” címmel alkalmas grafikont, majd a meredekségből határozd meg $d_2$ értékét.	0.5
B8	Az X alakú mintázatból határozd meg az $\alpha_2$ szög értékét.	0.2