

Napból érkező részecskék

(Összpontszám: 10)

A Nap felületéről érkező fotonok és a belsejéből érkező neutrínók a Nap belső és külső hőmérsékletéről adhatnak információt, valamint megerősítik, hogy a Nap a benne zajló nukleáris folyamatok miatt ragyog.

A feladatban a következő adatokat használd: a Nap tömege: $M_{\odot} = 2,00 \times 10^{30}$ kg, a Nap sugara: $R_{\odot} = 7,00 \times 10^8$ m, a Nap luminozitása (egységnyi idő alatt kisugárzott energia): $L_{\odot} = 3,85 \times 10^{26}$ W, és a Föld-Nap átlagos távolsága: $d_{\odot} = 1,50 \times 10^{11}$ m.

$$(i) \int x e^{ax} dx = \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{a^2} \right) e^{ax} + \text{állandó}$$

$$(ii) \int x^2 e^{ax} dx = \left(\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) e^{ax} + \text{állandó}$$

$$(iii) \int x^3 e^{ax} dx = \left(\frac{x^3}{a} - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{6x}{a^3} - \frac{6}{a^4} \right) e^{ax} + \text{állandó}$$

A A Naptól jövő sugárzás

A1	Tegyük fel, hogy a Nap abszolút feketetestként sugároz. Ezt felhasználva határozd meg a Nap T_s felszíni hőmérsékletét!	0.3
----	---	------------

A napsugárzás spektrumát jó közelítéssel a Wien-féle eloszlás adja meg. Eszerint a Földön egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban a Napból érkező $u(\nu)$ energia egy adott felületre:

$$u(\nu) = A \frac{R_{\odot}^2}{d_{\odot}^2} \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp(-h\nu/k_B T_s),$$

ahol ν a frekvencia, A a bejövő sugárzás irányára merőleges felület nagysága.

Ezek után tekintsünk egy, a beeső napsugárzás irányára merőlegesen elhelyezett, A felületű, félvezető anyagból készült, vékony napelemet.

A2	A Wien-közelítést felhasználva fejezd ki a napelem felületére beeső napsugárzás teljes P_{in} teljesítményét az A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal!	0.3
----	---	------------

A3	Fejezd ki az egységnyi idő alatt, egységnyi frekvenciatartományban a napelem felületére beeső fotonok $n_{\nu}(t)$ számát az A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s , ν paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal!	0.2
----	--	------------

A félvezető anyag, amiből a napelem készült, E_g szélességű tiltott sávval rendelkezik. Alkalmazzuk a következő modellt. Minden, $E \geq E_g$ energiájú foton egy elektront gerjeszt a tiltott sáv fölé. Ez az elektron E_g energiával járul hozzá a hasznos kimenő energiához, az esetleges többletenergiaja hő formájában disszipálódik (nem hasznosul).

A4	Legyen $x_g = h\nu_g/k_B T_s$, ahol $E_g = h\nu_g$. Fejezd ki a napelem P_{out} hasznos kimenő teljesítményét az x_g , A , R_{\odot} , d_{\odot} , T_s paraméterekkel, valamint a c , h , k_B fizikai állandókkal!	1.0
----	--	------------

A5	Fejezd ki a napelem η hatásfokát x_g segítségével!	0.2
----	---	------------

A6	Ábrázold vázlatosan η -t az x_g függvényében! Az $x_g = 0$ és az $x_g \rightarrow \infty$ esetén érvényes értékek is legyenek feltüntetve! Mekkora az $\eta(x_g)$ függvény meredeksége $x_g = 0$ és $x_g \rightarrow \infty$ esetén?	1.0
----	---	------------

A7	Jelöljük x_0 -al x_g azon értékét, ahol η maximális. Írd fel azt a harmadfokú egyenletet, amiből x_0 meghatározható! Becsüld meg x_0 értékét $\pm 0,25$ pontossággal! Ezt felhasználva számold ki $\eta(x_0)$ értékét!	1.0
----	---	------------

A8	Tiszta szilícium esetén $E_g = 1,11$ eV. Ezt az adatot felhasználva, számold ki a szilíciumból készült napelem η_{Si} hatásfokát!	0.2
----	--	------------

A 19. század végén Kelvin és Helmholtz (KH) egy hipotézissel álltak elő a Nap sugárzásának magyarázatára. Azt feltételezték, hogy a Nap kezdetben egy óriási, elhanyagolható sűrűségű, M_{\odot} tömegű

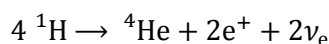
porfelhő volt, amely folyamatosan húzódik össze. Így a Nap sugárzása származhatna a lassú zsugorodás során felszabaduló gravitációs potenciális energiából.

A9	Tegyük fel, hogy a Nap egyenletes tömegeloszlású. Add meg a Nap jelenlegi Ω gravitációs potenciális energiáját G , M_{\odot} és R_{\odot} segítségével!	0.3
A10	A KH hipotézis alapján becsüld meg azt a legnagyobb lehetséges τ_{KH} időt (években megadva), ameddig a Nap ragyogni tudna! Tételezd fel, hogy ez idő alatt a Nap luminozitása állandó.	0.5

A fenti módon kiszámolt τ_{KH} idő nem egyeztethető össze a Naprendszer meteoritok tanulmányozásával megbecsült életkorával. Ez azt mutatja, hogy a Nap energiaforrása nem lehet tisztán gravitációs eredetű.

B A Napból jövő neutrínók

1938-ban Hans Bethe mutatott rá, hogy a Nap energiája a benne levő hidrogén héliummá történő magfúziójából származik. A nettó magreakció:



A reakcióban keletkező ν_e „elektron neutrínók” tömege zérusnak vehető. Ezek a részecskék a Napból kiszabadulnak, és a Földön történő detektálásuk alátámasztja a magreakciók lezajlását a Nap belsejében. A neutrínók által elszállított energia elhanyagolható ebben a feladatban.

B1	Számítsd ki a Földet elérő neutrínók számának Φ_{ν} fluxussűrűségét $\text{m}^{-2}\text{s}^{-1}$ egységben! A fenti reakcióban $\Delta E = 4,0 \times 10^{-12}\text{J}$ energia szabadul fel. Tételezd fel, hogy a Nap által kisugárzott energia teljes mértékben ebből a reakcióból származik!	0.6
----	--	-----

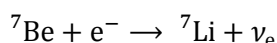
A Nap magjából a Földig tartó útjuk során a ν_e elektron neutrínók egy része más típusú, ν_x neutrínókká alakul át. A detektor a ν_x neutrínókat $1/6$ akkora hatásfokkal érzékeli, mint amekkora hatásfokkal a ν_e neutrínókat. Ha nem volna neutrínó-átalakulás, akkor egy év alatt átlagosan N_1 számú neutrínó detektálását várnánk. Azonban az átalakulás miatt a valóságban egy év alatt átlagosan N_2 számú neutrínót (ν_e -t és ν_x -t együttesen) detektálnak.

B2	Határozd meg N_1 és N_2 segítségével, hogy a ν_e neutrínók mekkora f hányada alakul át ν_x neutrínóvá!	0.4
----	--	-----

Ahhoz, hogy a neutrínókat detektálni tudjuk, nagy, vízzel töltött detektorokat építünk. Habár a neutrínók anyaggal való kölcsönhatása meglehetősen ritka, olykor elektronokat löknek ki a detektorbeli vízmolekulákból. Ezek a nagyenergiájú elektronok nagy sebességgel hatolnak át a vízben, mely folyamat során elektromágneses sugárzást bocsátanak ki. Amíg egy ilyen elektron sebessége nagyobb, mint a fény sebessége a vízben (törésmutatója n), a sugárzás (ún. Cserenkov-sugárzás) kúp alakban bocsátódik ki.

B3	Tételezd fel, hogy a neutrínó által kiütött elektron a vízben való haladása során állandó ütemben, időegységenként α energiát veszít. Határozd meg a neutrínó által az elektronnak átadott energiát (E_{imparted}) α , Δt , n , m_e és c segítségével, ha az elektron Δt ideig bocsát ki Cserenkov-sugárzást! (Tételezd fel, hogy az elektron nyugalomban volt a neutrínóval való kölcsönhatása előtt.)	2.0
----	--	-----

A Nap belsejében a hidrogén héliummá történő fúziója több lépésben történik meg. Az egyik ilyen lépés során ${}^7\text{Be}$ atommag (nyugalmi tömege m_{Be}) keletkezik. Ezután ez az atommag egy elektront nyelhet el, melynek folyamán egy ${}^7\text{Li}$ atommag (nyugalmi tömege $m_{\text{Li}} < m_{\text{Be}}$) és egy ν_e neutrínó keletkezik. A megfelelő magreakció:



Ha egy nyugalomban levő Be atommag ($m_{\text{Be}} = 11,65 \times 10^{-27}\text{kg}$) elnyel egy ugyancsak nyugvó elektront, a keletkező neutrínó energiája $E_{\nu} = 1,44 \times 10^{-13}\text{J}$. Azonban a Be atommagok véletlenszerű termikus mozgást végeznek a Nap magjában lévő T_c hőmérséklet miatt, és mozgó neutrínóforrásként viselkednek. Emiatt a kibocsátott neutrínók energiája ΔE_{rms} négyzetes középértékkel fluktuál.

B4	Ha $\Delta E_{\text{rms}} = 5,54 \times 10^{-17}\text{J}$, számold ki a Be magok V_{Be} sebességének négyzetes középértékét, majd ezzel becsüld meg T_c -t! (Útmutatás: ΔE_{rms} a megfigyelés irányába mutató sebességkomponens négyzetes középértékétől függ.)	2.0
----	---	-----