

A képen látható dinnye térfogatának felbecsülése

A feladat követelménye, hogy csakis az 1.-es ábrán látható fénykép alapján készíts néhány becslést a víz felszínén úszó dinnye sűrűségére vonatkozóan és elemezd a dinnye függőleges, kis rezgéseit a vizes vederben.

A becslések során feltételezd, hogy a dinnye homogén és gömb alakú. A becslések különböző változataiban hanyagold el, vagy vedd figyelembe a fénytörést és/vagy a háromdimenziós effektusokat.



1. ábra

1. feladat

Az 1.-es feladat követelmény, hogy elemezd azokat a tényezőket, amelyek befolyásolják a dinnye sűrűsége pontosságának meghatározását, valamint, hogy készíts egy első becslést anélkül, hogy figyelembe vedd a fénytörést és a háromdimenziós effektusokat

1a. Vezesd le a dinnye vízbe merülő V_0 térfogatának kifejezését. Az eredményt fejezd ki a dinnye r sugarának és a $q = \frac{r_0}{r}$ aránynak a függvényében, ahol r_0 a dinnye keresztmetszetének sugara a vízfelület szintjén.

1b. Határozd meg a dinnye ρ sűrűségét a víz ρ_0 sűrűségének és a q aránynak függvényébe.

1c. Ábrázold grafikusan a $\frac{\rho}{\rho_0}$ arányt a q függvényében.

1d. Felhasználva az 1c alpontban meghúzott grafikont, írd le röviden miképpen befolyásolja a q arány a ρ sűrűség meghatározásának pontosságát.

1e. Becsüld fel az 1.-es ábrán látható dinnye sűrűségét, figyelmen kívül hagyva fénytörést a levegő és a víz határfelületén valamint a térbeni elkülönítést azok a vízszintes síkok között, amelyekben a dinnye és a vízfelület kör alakú metszete illetve a dinnye egyenlítő menti vízszintes metszete található.

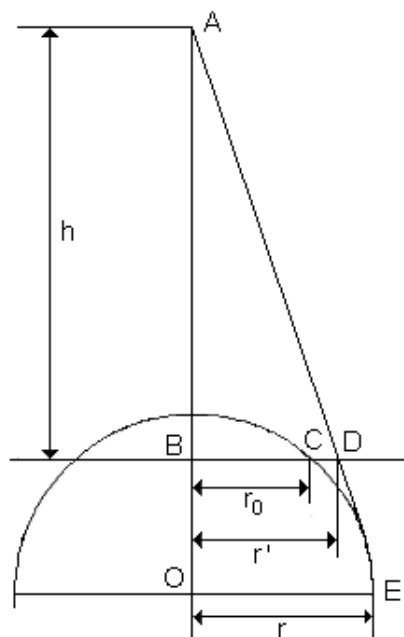
2. feladat

Az 1. feladatban elkészített becslés javítható, ha figyelembe veszed a térbeni elkülönítést azok a vízszintes síkok között, amelyekben a dinnye és a vízfelület kör alakú metszete illetve a dinnye egyenlítő menti vízszintes metszete található.

Ebben a feladatban hanyagold el fénytörést a levegő és a víz határfelületén. Feltételezd, hogy a fénykép készítésekor a fényképezőgép az A pontban volt, h távolságra a vederben található víz felszínétől, és jelöld $BD = r'$ -el a dinnye „látszólagos” átmérőjét. Feltételezd, hogy a fényképezőgép elég magasan van a vederben található víz felszínétől ahhoz, hogy a felvételen a dinnye egyenlítő menti köréhez közeli szélességi körök látszódnak. A 2. ábrán a víz felszínét a B, C és D pontokon áthaladó egyenes ábrázolja. A 2. ábrán nem készült léptékben.

2a. Vezesd le a dinnye r sugarának kifejezését ennek a feladatnak a sajátos feltételei mellett. Fejezd ki az eredményt h , r_0 és r' függvényében.

2b. Becsüld fel az 1. ábrán látható dinnye sűrűségét a 2. feladatban leírt feltételek esetében. Feltételezd, hogy a fényképet egy 1,70 m magas fiatalember lábán állva a 0,30 m átmérőjű veder mellett készítette. A veder magassága 0,30 m.



2. ábra

3. feladat

A 3. feladatban elemezd, hogy ha figyelembe vesszük a fénytörés jelenségét befolyásolja-e számottevően a dinnye sűrűségének becsült értékét, abban az esetben, ha figyelmen kívül hagyjuk a térbeni elkülönítést azok a vízszintes síkok között, amelyekben a dinnye és a vízfelület kör alakú metszete illetve a dinnye egyenlítő menti vízszintes metszete található.

3a. Vezess le - a 3. feladat sajátos feltételei között – egy összefüggést, amelyik tartalmazza a dinnye r sugarát, a víz n törésmutatóját, és a h , r_0 , r' mennyiségeket, amelyeket a 2. feladatban értelmeztünk.

3b. Becsüld fel az 1. ábrán látható dinnye sűrűségét a 3. feladatban leírt feltételek esetében. A víz törésmutatója $n = 4/3$.

3c. Állapítsd meg, hogy a fénytörés figyelembevétele számottevően befolyásolja-e a dinnye sűrűségének felbecsült értékét. Támaszd alá röviden a válaszod.

4. feladat

A 4. feladat követelménye, hogy elemezd az 1. ábrán látható dinnye függőleges irányú kis rezgéseit.

4a. Határozd meg a dinnye levegőben található gömbsüveg alakú részének \tilde{h} magasságát – a 3b feladatban készített felbecsülések feltételei mellett.

4b. Határozzátok meg a dinnye egyensúlyi helyzete körül történő kis és függőleges rezgéseinek körfrekvenciáját. Az eredményt fejezd ki a $\rho_0, \rho, r, \tilde{h}$ mennyiségek és a g gravitációs gyorsulás függvényébe.

4c. Írd fel a dinnye kis és függőleges rezgéseinek egyenletét, ha elhanyagoljuk ezeknek a csillapítását.

4d. Számítsd ki a dinnye hús függőleges, csillapítatlan és kis rezgésének időtartamát a 3b feladatban végzett felbecsülések feltételei között. Feltételezd, hogy $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$!