



Concursul Preolimpic de Fizică  
România - Ungaria - Moldova  
Ediția a XVI-a, Zalău  
Proba experimentală, 3 iunie 2013



### 1. Kísérleti feladat (10 pont)

#### Egy valódi dióda paramétereinek meghatározása az áram-feszültség karakterisztika alapján

Egy fizikai jelenség modellezése azt jelenti, hogy a megfelelő fizikai paraméterek között matematikai kapcsolatot állítunk fel. Egy modell érvényességét a kísérleti adatok és a modell által jósolt eredmények egyezése igazolja.

A legegyszerűbb esetben a modellbeli fizikai mennyiségek ( $y_{\text{modell}}, x_{\text{modell}}$ ) közötti kapcsolat lineáris, ezt kell kísérletileg igazolni. Tegyük fel, hogy  $N$  darab mérési adatpárral rendelkezünk  $(x_{\text{mért}}^i, y_{\text{mért}}^i)$ , ahol  $i = 1, \dots, N$ , melyek grafikus képe a modell által jósolt egyenes körül elhelyezkedő ponthalmaz. A mérési pontokra különböző egyenesek illeszthetők, ezek közül a legjobban illeszkedő egyenes esetén a pontok egyenestől mért távolságainak négyzetösszege minimális. Ha a modell helyes, akkor a legjobban illeszkedő egyenes nagy pontossággal megegyezik a modell által jósolt egyenessel. A legjobban illeszkedő egyenes meredekségét (a) és tengelymetszetét (b) az alábbi összefüggések határozzák meg:

$$a = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N y_i}{N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (1)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2 \cdot \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i}{N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2} \quad (2)$$

Minden adathalmazhoz meghatározható a legjobban illeszkedő egyenes. A két mért mennyiség közötti kapcsolat linearitását a  $G$  korrelációs együtthatóval jellemezzük:

$$G = \frac{N \cdot \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^N x_i \cdot \sum_{i=1}^N y_i}{\sqrt{\left[ N \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2 \right] \cdot \left[ N \cdot \sum_{i=1}^N y_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N y_i \right)^2 \right]}} \quad (3)$$

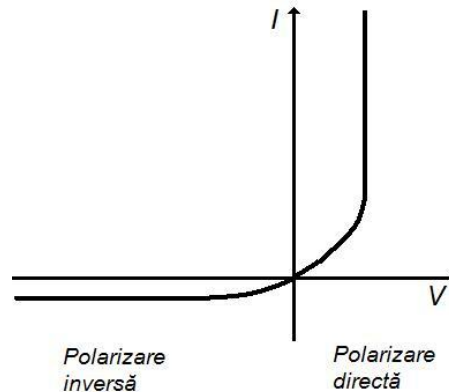
Ha a korrelációs együttható értéke  $G = +1$ , akkor a kapcsolat lineáris és pozitív a meredekség, ha pedig  $G = -1$ , akkor is fennáll a linearitás, de negatív meredekséggel. Általában  $-1 \leq G \leq 1$ , továbbá, minél közelebb van nullához a  $G$  korrelációs együttható, annál kevésbé érvényes a két mennyiség közötti kapcsolatra a modell lineáris feltevése.

Nagyon gyakori, hogy a mért mennyiségek között közvetlenül nincs lineáris kapcsolat, azonban megfelelő változók bevezetésével az összefüggés lineáris alakra hozható. Egy ideális diódán átfolyó áram és a diódára kapcsolt feszültség közötti összefüggés a következő alakú:

$$I = I_0 \cdot \left( e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} - 1 \right), \quad (4)$$

ahol  $q = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$  az elemi töltés,  $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$  pedig a Boltzmann-állandó. A szobahőmérsékletet  $T = 300 \text{ K}$ -nek tekintve  $q/(k_B T) = 38,64 \text{ V}^{-1}$ .

A dióda feszültség-áram katarakterisztikájának alakját a kitevőben szereplő  $\eta$  tényező és az  $I_0$  telítési áramerősség jellemzi. A (4) áram-feszültség karakterisztika az ábrán látható. Záróirányú feszültség esetén a diódán átfolyó áram kicsi és korlátozott, nyitóirányú feszültség esetén az áramerősség nincs korlátozva. Nagy áramerősségek esetén a dióda nyitóirányú ellenállása nullához tart, a záróirányú ellenállás pedig nagy feszültségek esetén végtelenhez.



Egy ideális dióda feszültség-áram karakterisztikája

Általában  $0,5 \leq \eta \leq 3$ , így  $V < 0$  esetén,  $qV/(\eta \cdot k_B \cdot T) \ll 0$ , azaz  $e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} \cong 0$ . Tehát záróirányú feszültség esetén a (4) összefüggés lineáris kapcsolatba megy át:

$$I = -I_0 \quad (5)$$

Az  $I-V$  karakterisztika grafikonját ebben a tartományban egy  $V$ -tengellyel párhuzamos egyenessel közelíthetjük. Ebből a közelítő egyenesből meghatározható a záróirányú  $I_0$  telítési áramerősség értéke.

Ha  $V > 0$ ,  $qV/(\eta \cdot k_B \cdot T) \gg 0$ , azaz  $e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} \gg 1$ . Nyitóirányú feszültség esetén a (4) összefüggés közelítő alakja:

$$I = I_0 \cdot e^{\frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T}} \quad (6)$$

vagy

$$\ln(I) = \ln(I_0) + \frac{q \cdot V}{\eta \cdot k_B \cdot T} \quad (7)$$

Látható, hogy linearizálás után az  $I-V$  karakterisztika az  $\ln(I) = f(V)$  egyenes alakjára hozható, melynek meredekségéből meghatározható a diódára jellemző  $\eta$  tényező, a tengelymetszetből pedig a telítési áramerősség.

Egy „valóságos” dióda modellezhető egy ideális diódából, egy vele párhuzamosan kapcsolt  $R$  sönt-ellenállásból, továbbá ezekkel sorba kötött  $r$  ellenállásból álló rendszerrel. Egy valódi dióda esetén ezeknek az ellenállásoknak a jellemző értékei  $0,01 \Omega < r < 10 \Omega$ , illetve  $75 \text{ k}\Omega < R < 1 \text{ M}\Omega$ .

Így a valódi dióda  $I-V$  karakterisztikájának alakja

$$I = I_0 \cdot \left( e^{\frac{q(V-r \cdot I)}{\eta \cdot k_B \cdot T}} - 1 \right) + \frac{V - r \cdot I}{R}. \quad (8)$$

Ebben a feladatban a valódi dióda  $R, r, I_0, \eta$  paramétereit kell meghatározni az 1. és 2. táblázatban található kísérleti adatok alapján..

A kérdésekre adott válaszaidat a válaszlap megfelelő mezőibe írd be!

1. táblázat: A valódi dióda áramerősség-feszültség adatai záróirány esetén

Nr.	U(V)	I( $\mu A$ )	Nr.	U(V)	I( $\mu A$ )	Nr.	U(V)	I( $\mu A$ )	Nr.	U(V)	I( $\mu A$ )
1	0	0	9	-0,5	-11	16	-1,2	-12	24	-2	-14
2	-0,05	-6	10	-0,6	-11	17	-1,3	-13	25	-2,05	-14
3	-0,1	-9	11	-0,7	-11	18	-1,4	-13	26	-2,1	-14
4	-0,15	-10	12	-0,8	-12	19	-1,5	-13	27	-2,2	-14
5	-0,2	-10	13	-0,9	-12	20	-1,6	-13	28	-2,3	-15
6	-0,25	-10	14	-1	-12	21	-1,7	-13	29	-2,4	-15
7	-0,3	-11	15	-1,1	-12	22	-1,8	-14	30	-2,5	-15
8	-0,4	-11				23	-1,9	-14			

2. . táblázat: A valódi dióda áramerősség-feszültség adatai nyitóirány esetén

Nr.	U(V)	I(A)	Nr.	U(V)	I(A)
1	0,345	0,007	11	0,491	0,082
2	0,383	0,015	12	0,498	0,090
3	0,406	0,022	13	0,504	0,097
4	0,423	0,030	14	0,511	0,105
5	0,437	0,037	15	0,516	0,112
6	0,449	0,045	16	0,522	0,120
7	0,459	0,052	17	0,527	0,127
8	0,468	0,060	18	0,533	0,135
9	0,477	0,067	19	0,538	0,142
10	0,484	0,075	20	0,543	0,150

## 1. részfeladat – $\mathcal{A}$ záróirányú dióda paramétereinek meghatározása

A záróirányú dióda paramétereinek meghatározásához kövesd az alábbi lépéseket:

- 1.a. Mi a (8) összefüggés közelítő alakja a  $V \ll 0$  határesetben? Válaszodat írd a válaszlapra!
- 1.b. A kísérleti adatok alapján ábrázold a záróirányú dióda  $I - V$  karakterisztikáját!
- 1.c. Határozd meg az  $I - V$  karakterisztika linearizált alakját, valamint a hozzá tartozó  $a$  meredekség és  $b$  tengelymetszet kifejezéseit!
- 1.d. A nagy záróirányú feszültséghez tartozó kísérleti adatok alapján töltsd ki a válaszlapon szereplő 3-as táblázatot!
- 1.e. Határozd meg a legjobban illeszkedő egyenes paramétereinek számértékét!
- 1.f. Határozd meg az 1.d. pontban használt kísérleti adatokhoz tartozó korrelációs együttható számértékét!
- 1.g. Fejezd ki, majd számítsd ki  $R$  és  $I_0$  értékét!

## 2. részfeladat – $\mathcal{A}$ záróirányú dióda paramétereinek meghatározása

A nyitóirányú dióda paramétereinek meghatározásához kövesd az alábbi lépéseket:

- 2.a. Mi a (8) összefüggés közelítő alakja a  $V \gg 0$  határesetben? Válaszodat írd a válaszlapra!
- 2.b. A kísérleti adatok alapján ábrázold a nyitóirányú dióda esetén az  $\ln(I) = f(V)$  kapcsolatot!
- 2.c. A jelentős, de nem túlságosan nagy nyitóirányú feszültséghez tartozó kísérleti adatok (azaz a kísérleti adatsorozat középső tartománya) alapján töltsd ki a válaszlapon szereplő 4-es táblázatot!
- 2.d. Határozd meg a legjobban illeszkedő egyenes paramétereinek számértékét!
- 2.e. Határozd meg a 2.c. pontban használt kísérleti adatokhoz tartozó korrelációs együttható számértékét!
- 2.f. Rajzold be 2.b pontban ábrázolt grafikonon az adatpontokra legjobban illeszkedő egyenest!
- 2.g. Fejezd ki, majd számítsd ki  $\eta$ ,  $I_0$  értékeit!
- 2.h. Mivel magyarázod a nagy feszültségeknél mért kísérleti adatpontok eltérését a legjobban illeszkedő egyenestől? (Ezek a pontok az egyenes alatt helyezkednek el.)
- 2.i. Határozd meg az  $r$  ellenállás számértékét!

A feladatot javasolta:

Dr. Delia DAVIDESCU – Facultatea de Fizică – Universitatea București

Dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică – Universitatea București



*Concursul Preolimpic de Fizică  
România - Ungaria - Moldova  
Ediția a XVI-a, Zalău  
Proba experimentală, 3 iunie 2013*



*VĂLASZLAP*

*1. Kísérleti feladat (10 pont)*

*Egy valódi dióda paramétereinek meghatározása az áram-feszültség karakterisztika alapján*

*1. részfeladat – A záróirányú dióda paramétereinek meghatározása*

**1.a.** A (8) összefüggés közelítő alakja a  $V \ll 0$  határesetben:

0,40p

**1.b.** A záróirányú dióda  $I - V$  karakterisztikája

0,60p

1.c. Az  $I - V$  karakterisztika linearizált alakja:

0,20p

Az  $a$  meredekség kifejezése:

0,20p

A  $b$  tengelymetszet kifejezése:

0,20p

1.d. A 3-as táblázat kitöltése

3. táblázat - A záróirányú dióda kísérleti adatainak statisztikus feldolgozása

Nr. crt.	$U_i$	$I_i$	$U_i^2$	$I_i^2$	$U_i \cdot I_i$
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
$\Sigma$					

0,80p

1.e. A legjobban illeszkedő egyenes paramétereinek meghatározása

meredekség:

0,40p

tengelymetszet:

0,40p

1.f. A kísérleti adatokhoz tartozó korrelációs együttható számértéke:

0,40p

1.g.  $R$  és  $I_0$  kifejezései és számértéke:

0,80p

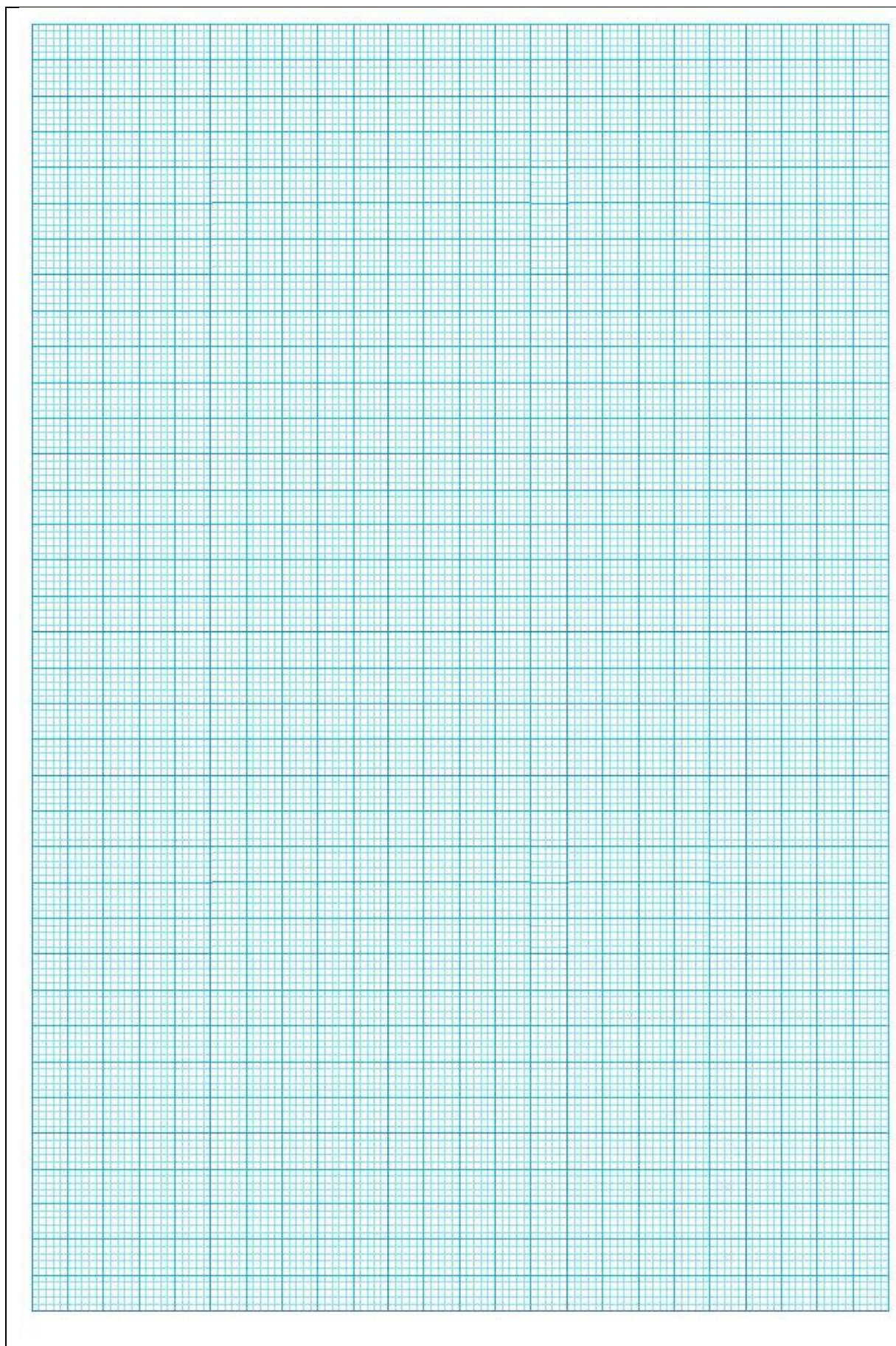
## 2. részfeladat – A záróirányú dióda paramétereinek meghatározása

2.a. A (8) összefüggés közelítő alakja a  $V \gg 0$  határesetben:

0,40p



2.b. Az  $\ln(I) = f(V)$  pontok ábrázolása a dióda nyitóirányú állapota esetén



1,00p



2.c. Töltsd ki a 4-es táblázatot!

4. táblázat - A nyitóirányú dióda kísérleti adatainak statisztikus feldolgozása

Nr.	$U(V)$	$I(A)$	$\ln(I)$	$U^2$	$(\ln(I))^2$	$U \cdot \ln(I)$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
$\Sigma$						

0,80p

2.d. A legjobban illeszkedő egyenes paramétereinek meghatározása

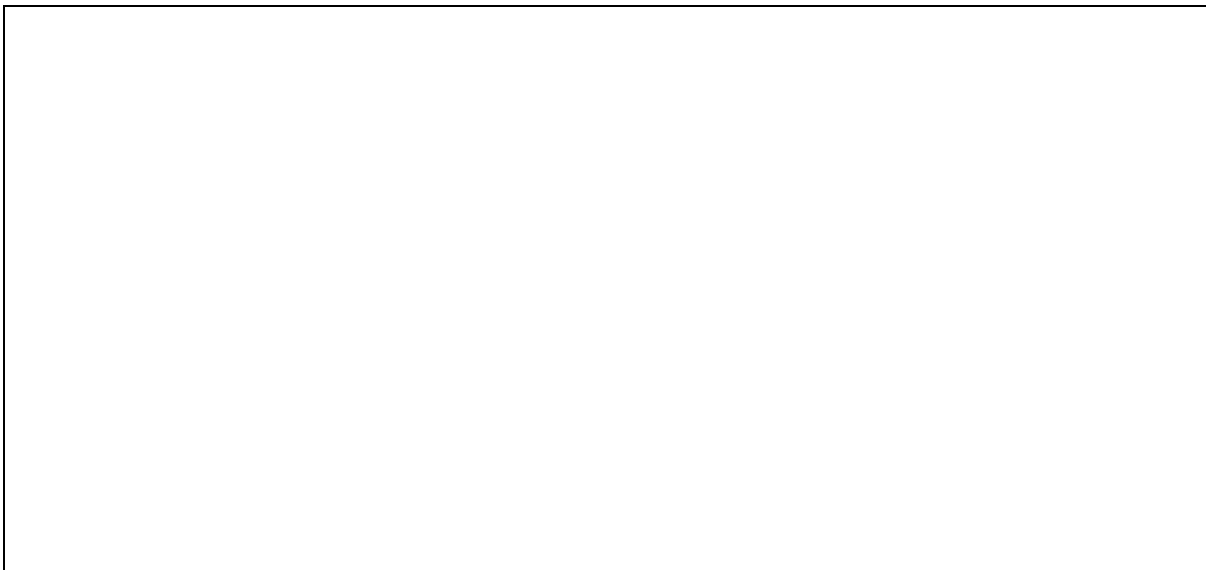
meredekség:

0,40p

tengelymetszet

0,40p

**2.e.** A kísérleti adatokhoz tartozó korrelációs együttható számértéke:

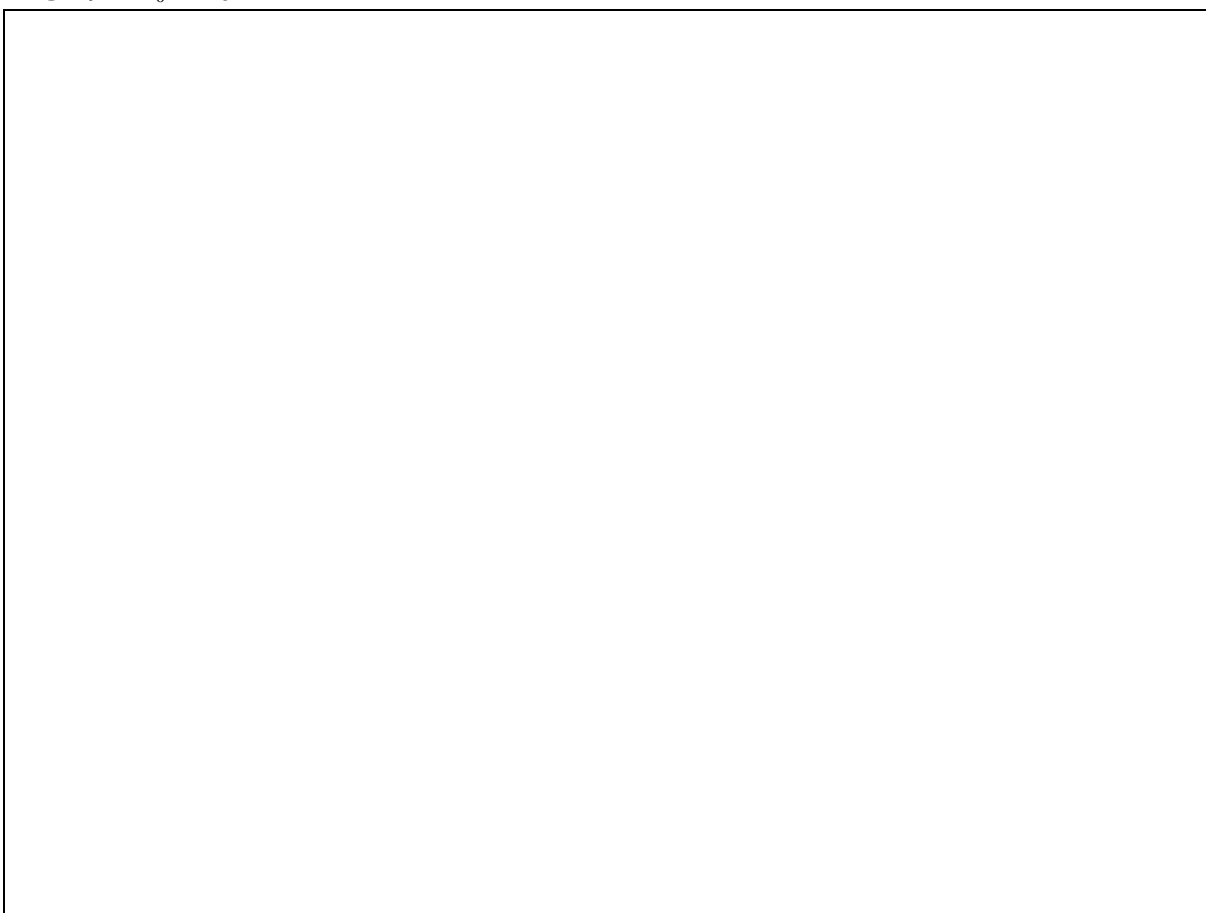


0,40p

**2.f.** Rajzold be a 2.b pontban ábrázolt grafikonon az adatpontokra legjobban illeszkedő egyenest!

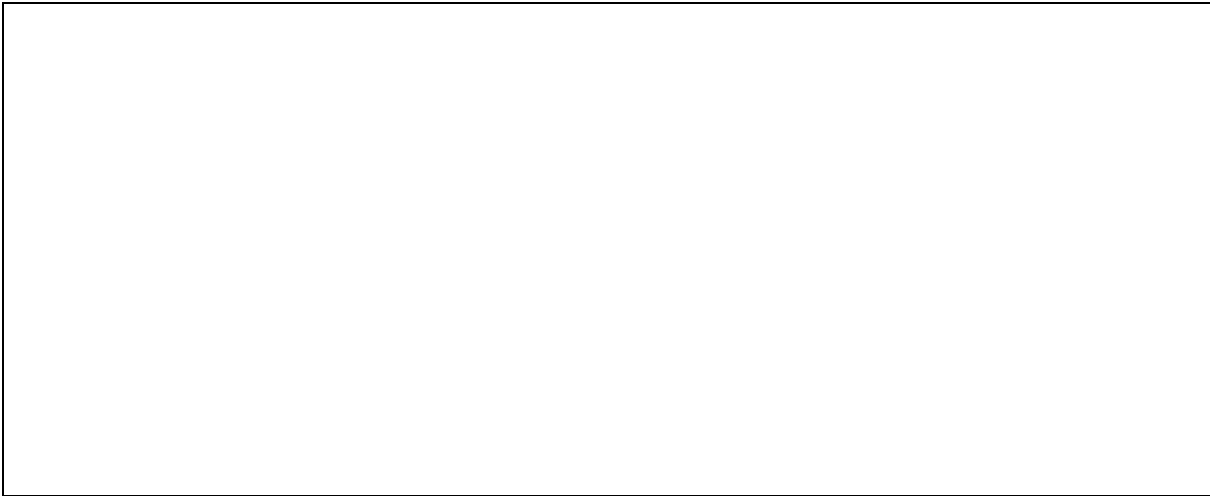
0,60p

**2.g.**  $\eta$  és  $I_0$  kifejezése és számértéke:



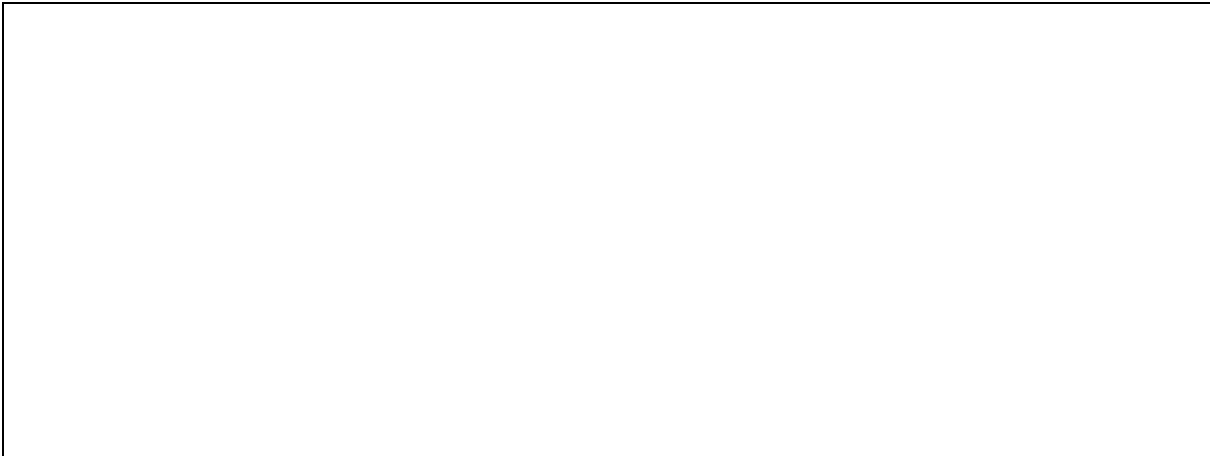
0,80p

**2.h.** Mivel magyarázod a nagy feszültségeknél mért kísérleti adatpontok eltérését a legjobban illeszkedő egyenestől?



0,40p

**2.i.** Határozd meg az  $r$  ellenállás számértékét!



0,40p

*Tartalék lap*

